

Schulinterner Lehrplan

Gymnasium Horkesgath

Sekundarstufe I (G9)

Mathematik

(Stand: 22.06.2026)

Inhaltsverzeichnis

1	Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit	3
2	Entscheidungen zum Unterricht	6
2.1.	Unterrichtsvorhaben	8
2.1.1	Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben	8
2.1.2	Konkretisierte Unterrichtsvorhaben	15
2.2.	Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit	59
2.3.	Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung	60
2.4.	Lehr- und Lernmittel	64
3	Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen	65
4	Qualitätssicherung und Evaluation	66

Anhang

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Das Gymnasium Horkesgath

Das Gymnasium Horkesgath ist eines von acht öffentlichen Gymnasien der Stadt Krefeld. Es liegt im Kempener Feld umgeben von Feldern, Grünanlagen, Wohnquartieren und vielen Sportanlagen. Die Schülerschaft ist heterogen, was den sozialen und ethnischen Hintergrund betrifft; es gibt viele Schüler*innen mit Migrationshintergrund. Das Gymnasium Horkesgath ist in der Sekundarstufe I zwei- bis vierzünftig und wird als Ganztagsgymnasium geführt. Das Gymnasium ist zusammen mit der Realschule Horkesgath eingebettet in ein Schulzentrum.

Die Schule möchte jedem einzelnen Lernenden helfen, aus dem Angebot der Schule einen größtmöglichen Nutzen zu ziehen (siehe auch Leitzsatz 3 des Schulprogramms). Daher gibt es für die Sekundarstufe I ein breitgefächertes Angebot im Rahmen eines MINT- und Musikprofils sowie das Sprachen Plus Angebot. Die MINT-Angebote des Gymnasiums Horkesgath sind mehrfach ausgezeichnet worden und seit Juli 2018 ist das Gymnasium Horkesgath MINT-EC-Schule als Mitglied des nationalen Excellence-Schulnetzwerks. Darüber hinaus besteht eine enge Zusammenarbeit mit der Realschule sowie mit den abgebenden Grundschulen, um Übergänge in andere Schulen für die Schüler so problemlos wie möglich zu gestalten.

Gemäß des Leitsatzes 4 des Schulprogramms („Wir vermitteln unseren Schüler*innen fachliche, sprachliche und methodische Kompetenzen, die ihnen helfen, schulische wie außerschulische Herausforderungen zu meistern.“) wird auch auf den Erwerb von Methoden- und Sozialkompetenzen besonders geachtet sowie die Förderung von Schüler*innen mit Migrationshintergrund durch sprachsensiblen Fachunterricht vorangetrieben.

Die Fachgruppe Mathematik

Innerhalb der Lehrerschaft des Gymnasiums Horkesgath besteht die Fachschaft Mathematik aus Kolleg*innen mit Fakultas für SI und SII, aber auch aus Kolleginnen und Kollegen mit Zertifikatskurs und einem Kollegen mit jahrelanger Erfahrung im fachfremden Unterrichten von Mathematik in der SI. Die Fachkonferenz tritt mindestens einmal pro Schuljahr zusammen, um notwendige Absprachen zu treffen. In der Regel nehmen auch ein Mitglied der Elternpflegschaft sowie die gewählte Schülervertretung beratend an den Sitzungen teil.

Um die Lehrkräfte bei der Unterrichtsplanung zu unterstützen und einen Austausch zu ermöglichen, werden eigene ausgearbeitete Unterrichtsreihen und Materialien, die zu früheren Unterrichtsprojekten angefertigt und gesammelt worden sind, sowie Materialien von Schulbuchverlagen an bekannter zentraler Stelle oder digital über eine Cloud

bereitgestellt. Diese werden im Rahmen der Unterrichtsentwicklung laufend ergänzt, überarbeitet und weiterentwickelt. Diese Plattform wird auch genutzt, um Materialien von Fortbildungen der gesamten Fachschaft zur Verfügung zu stellen in Übereinstimmung mit Leitsatz 9 des Schulprogramms („Wir Lehrer*innen verpflichten uns zu kollegialem Austausch und kontinuierlicher Fortbildung.“)

Bedingungen des Unterrichts

Unterricht findet nach Möglichkeit im Wechsel von Doppelstunden (90-Minuten-Blöcke) mit Einzelstunden (45 Minuten) statt. In den Jahrgangsstufen 5 und 7 gibt es je vier Wochenstunden, in der Jahrgangsstufe 6 fünf Wochenstunden und in den Jahrgangsstufen 8, 9 und 10 jeweils drei Wochenstunden Mathematik. Der Fachschaft Mathematik steht kein Fachraum zur Verfügung.

In der Sekundarstufe I wird ein **wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7.2** (ab 2024/2025 der CALCOOM IQ-Z8) verwendet, **dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation** werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt. Diese stehen auf den Schul-IPads zur Verfügung. In der Oberstufe wird der CAS-Rechner TI Inspire CX II-T von den Schüler*innen angeschafft. Des Weiteren können die Schul-IPads von den Schüler*innen genutzt werden, um **Ergebnisse aus Arbeitsphasen an der digitalen Tafel zu präsentieren. Generell wird den Schüler*innen zusätzliches Übungsmaterial über die Plattformen Teams bzw. OneNote zur Verfügung gestellt.**

Zur Festigung und Vertiefung der im Unterricht erworbenen Kompetenzen erhalten die Schüler*innen regelmäßig Übungsaufgaben. Diese können eigenverantwortlich zu Hause bearbeitet werden. Darüber hinaus stehen betreute Lernangebote zur Verfügung: die Lernzeitstunden am Nachmittag in den Klassen 5 bis 7 sowie die Studyhall-Stunde für die Mittelstufe. So erhalten die Schüler*innen bei Bedarf zusätzliche Unterstützung und Gelegenheit zum selbständigen Lernen.

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schüler*innen ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern (vgl. Leitsatz 3 des Schulprogramms) und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet:

In der Jahrgangsstufe 8 werden die drei regulären Mathematikstunden durch eine zusätzliche vierte Förderstunde ergänzt. Hier arbeiten die Schüler*innen in neu zusammengesetzten Lerngruppen, sodass sie entsprechend ihres Leistungsstandes gezielt gefördert und gefordert werden können. In der Jahrgangsstufe 10 ist weiterhin eine Förderstunde für Mathematik eingerichtet, die von Schüler*innen freiwillig besucht werden kann. Ergänzend werden regelmäßig Fördergespräche angeboten, beispielsweise im Rahmen von Elternsprechtagen oder individuelle Lehrersprechstunden. Diese ermöglichen eine gezielte Beratung und unterstützen die Schüler*innen dabei, ihre Lernentwicklung reflektiert weiterzuentwickeln. Zur individuellen Übung, Vertiefung und Wiederholung mathematischer Inhalte wird auch die **Lernplattform ANTON auf den schuleigenen Ipads** genutzt.

Am Gymnasium Horkesgath gibt es in allen Klassen der Stufen 5 – 10 Schüler*innen mit Stärken im Bereich Mathematik und Naturwissenschaften. Speziell diese aber auch alle

anderen Schüler*innen können an besonderen AGs teilnehmen, in denen das selbstständige Arbeiten und Experimentieren gefördert werden. Gleichzeitig werden die Schüler*innen von Mathematiklehrer*innen animiert an mathematischen Wettbewerben (Känguru, Olympiade, Mathe im Advent, ...) teilzunehmen. Dazu entstehen in den Mittagspausen kleine "Knobelinseln", an denen die Aufgaben einzeln aber auch miteinander gelöst werden können. Im Rahmen dieser MINT-Aktivitäten gibt es am Schuljahresende eine Übersicht über alle getätigten MINT-Aktivitäten des Schuljahres. Diese dient als Grundlage für das mit dem Abitur zu erlangende MINT-EC-Zertifikat, welches bundesweit gültig ist.

Die Fachschaft Mathematik leistet dazu einen besonderen Beitrag mit dem schulinternen Mathematikwettbewerb „Horki“ für die fünften und sechsten Klassen. Dabei lösen die Lernenden in regelmäßigen Abständen zu Hause Knobelaufgaben und reichen diese ein. Dieser Wettbewerb würdigt insbesondere die regelmäßige Beschäftigung mit Mathematik und setzt mit dem Sammeln von Punkten über ein ganzes Schuljahr hinweg schon früh Anreize, um in bundesweiten Wettbewerben Punkte für das bundesweit gültige MINT-EC Zertifikat zu sammeln.

Schüler*innen aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet. So werden Schüler*innen aller Jahrgangsstufen zur Teilnahme am Känguru-Wettbewerb und an der Mathe-Olympiade motiviert. Mit dieser Teilnahme können sie auch in der SI bereits Punkte für das bundesweit gültige MINT-EC Zertifikat sammeln.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden und dabei auch die Rahmenvorgaben der Verbraucherbildung berücksichtigt werden. **Diese Kontexte werden auch genutzt, den Schüler*innen Einblicke in verschiedene Berufsfelder zu verschaffen. Darüber hinaus soll der Fachunterricht die Schüler*innen zu einem kritischen und verantwortungsbewussten Umgang mit ihnen in ihrer Lebenswelt begegnenden Verbraucherangeboten und mit Geld befähigen (vgl. Rahmenvorgaben Verbraucherbildung in der Schule).**

Im Mathematikunterricht wird stets ein Fokus auf das Leseverstehen und die Schreibkompetenz sowie auf den Aufbau von Fachsprache gelegt. Der **sprachsensible Fachunterricht** wird unterstützt durch das Anlegen eines Regelheftes sowie eines „Mokabelheftes“, einer Art Glossar, in dem fachsprachliche Begriffe erklärt bzw. veranschaulicht werden. Auch für die Unterrichtsinhalte in der Oberstufe steht ein Glossar zur Orientierung digital zur Verfügung, dass entweder als Vorlage für ein durch die Schüler selbst zu führendes Glossar dienen oder aber direkt verwendet werden kann. Nicht nur im Unterricht wird auf die Verwendung der korrekten Sprache und Schreibweise sowie auf die Förderung der Lesekompetenz Wert gelegt – auch in den Klassenarbeiten der Sekundarstufe I sowie in den Klausuren der Einführungsphase wird explizit auf die Darstellungsleistung geachtet, die immer auch die sprachliche Richtigkeit berücksichtigt.

Verantwortliche der Fachgruppe

Fachgruppenvorsitz: Kathrin Janda

Stellvertretung: N.N.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Unterrichtsvorhaben werden auf zwei Ebenen, der Übersichts- und der Konkretisierungsebene, beschrieben.

Im *Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben* (Kapitel 2.1.1) wird die für alle Lehrer*innen gemäß Fachkonferenzbeschluss verbindliche Verteilung der Unterrichtsvorhaben grob dargestellt. Das Übersichtsraster dient dazu, für die einzelnen Jahrgangsstufen allen Akteuren einen schnellen Überblick über Themen der Unterrichtsvorhaben mit Zeitbedarf zu verschaffen. Die Reihenfolge der Themen ist für alle Lehrkräfte verbindlich, um die Arbeit in Fördergruppen zu erleichtern.

Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, besondere Schülerinteressen, aktuelle Themen bzw. die Erfordernisse anderer besonderer Ereignisse (z. B. Praktika, Klassenfahrten o. Ä.) zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

In den *konkretisierten Unterrichtsvorhaben* (Kapitel 2.1.2) werden die Unterrichtsvorhaben und die diesbezüglich getroffenen Absprachen detaillierter dargestellt. In dieser Darstellung wird deutlich, welche Kompetenzen als Schwerpunkt im Fokus stehen, aber auch, welche Kompetenzen im Unterrichtsgeschehen begleitend angesprochen werden. In der Konkretisierung der jeweiligen Unterrichtsvorhaben wird das Zusammenspiel der Kompetenzbereiche verdeutlicht. Darüber hinaus werden hier Hinweise zur **Berufsorientierung**, zur **Förderung der Medienkompetenz**, zur **Verbraucherbildung** und zum **sprachsensiblen Fachunterricht** gegeben. Außerdem werden Absprachen und Hinweise zur Vernetzung, Entlastung und Schwerpunktsetzung näher ausgeführt. Abweichungen von Vorgehensweisen der konkretisierten Unterrichtsvorhaben über die als verbindlich bezeichneten notwendigen Absprachen hinaus sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Jahrgangsstufe 5 (G9)

Kontext Thema Zeitbedarf	Inhaltliche Schwerpunkte
5.1 Zahlen und Größen (20 U.-Std.)	• Zählen und Darstellen • Zahlen ordnen • Große Zahlen und Runden • Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen (Schwerpunkt: Kopfrechnen und einfache schriftliche Rechnungen) • Rechnen mit Geld, Längen, Gewicht und Zeit
5.2 Symmetrie (20 U.-Std.)	• senkrechte und parallele Geraden – Abstände • Koordinatensystem • Achsen- und punktsymmetrische Figuren • Eigenschaften von Vielecken
5.3 Rechnen (24 U.-Std.)	• Terme • Rechenvorteile beim Addieren und Multiplizieren • Ausklammern und Ausmultiplizieren • Potenzieren • Teilbarkeit • Primzahlen und Primfaktorzerlegung • Schriftliches Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren • Sachaufgaben systematisch lösen
5.4 Flächen (20 U.-Std.)	• Flächeninhalte vergleichen • Flächeneinheiten • Flächeninhalte von Rechtecken, (Parallelogrammen) und rechtwinkligen Dreiecken • Umfang von Figuren • Schätzen und Rechnen mit Maßstäben
5.5 Körper (16 U.-Std.)	• Körper und Netze • Quader und Würfel • Schrägbilder • Rauminhalte vergleichen • Volumeneinheiten • Volumen eines Quaders • Oberflächeninhalt von Würfeln und Quadern

Kontext Thema Zeitbedarf	Inhaltliche Schwerpunkte
5.6 Brüche – das Ganze und seine Teile (16 U.-Std.)	• Brüche und Anteile • Kürzen und Erweitern • Brüche vergleichen • Prozente • Brüche als Quotienten • Brüche auf dem Zahlenstrahl

Jahrgangsstufe 6 (G9)

Kontext Thema Zeitbedarf	Inhaltliche Schwerpunkte (Schwerpunkte)
6.1. Brüche in Dezimalschreibweise (20 U-Std.)	• Wiederholung Brüche • Dezimalschreibweise • Dezimalzahlen vergleichen und runden • Abbrechende und periodische Dezimalzahlen • Dezimalschreibweise bei Größen
6.2 Zahlen addieren und subtrahieren (20 U-Std.)	• Brüche addieren und subtrahieren • Dezimalzahlen addieren und subtrahieren • Geschicktes Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen • Addieren und subtrahieren von Größen
6.3 Muster und Figuren (20 U-Std.)	• Negative Zahlen – erweitertes Koordinatensystem • Verschiebungen • Kreise und Kreisfiguren • Winkel • Winkel mit dem Geodreieck messen und zeichnen • Drehungen
6.4 Zahlen multiplizieren und dividieren (20 U-Std.)	• Brüche vervielfachen und teilen • Brüche multiplizieren • Durch Brüche dividieren • Kommaverschiebung • Dezimalzahlen multiplizieren • Dezimalzahlen dividieren • Rechengesetze – Vorteile beim Rechnen
6.5 Daten (16 U-Std.)	• Relative Häufigkeiten und Diagramme • Arithmetisches Mittel und Median • Boxplots • Untersuchungen planen und auswerten
6.6 Beziehungen zwischen Zahlen (20 U-Std.)	• Strukturen erkennen und fortsetzen • Abhängigkeiten mit Termen beschreiben • Rechnen mit dem Dreisatz • Abhängigkeiten grafisch darstellen

Jahrgangsstufe 7 (G9)

Kontext Thema Zeitbedarf	Inhaltliche Schwerpunkte (Schwerpunkte)
7.1 Rechnen mit rationalen Zahlen (14 U.-Std.)	• Ganze Zahlen • Rationale Zahlen ihre Anordnung • Grundrechenarten mit rationalen Zahlen beherrschen • Rechenvorteile nutzen
7.2 Zuordnungen (20 U.-Std.)	• Zuordnungen darstellen • Zuordnungen mit Formeln beschreiben • Proportionale Zuordnungen • Antiproportionale Zuordnungen • Zuordnungstypen erkennen und nutzen
7.3 Prozentrechnung – Zinsrechnung (16 U.-Std.)	• Prozentsätze, -werte und Grundwerte berechnen • Formel für den Zusammenhang von G, W und p%. • Übertragung von G, W und p% in die Zinsrechnung als K,Z und z%.
7.4 Terme und Gleichungen (24 U.-Std.)	• Terme zusammenfassen (unterschiedliche Buchstaben für die Variablen nutzen) • Terme umformen • Ausmultiplizieren und Ausklammern • Gleichungen aufstellen und lösen • Lösungen einer linearen Gleichung durch Äquivalenzumformungen • Bruchterme und Bruchgleichungen • Problemlösen mit Gleichungen
7.5 Konstruieren und Argumentieren (12 U.-Std.)	• Winkel an sich schneidenden Geraden • Winkelsummen • Dreiecke konstruieren • Kongruenzen erkennen und begründen • Mit Kongruenzsätzen argumentieren
7.6 Daten und Wahrscheinlichkeit (14 U.-Std.)	• Wahrscheinlichkeit • Laplace-Wahrscheinlichkeit - Summenregel • Baumdiagramm und Pfadregel • Der richtige Blick auf das Baumdiagramm

Jahrgangsstufe 8 (G9)

Kontext Thema Zeitbedarf	Inhaltliche Schwerpunkte (Schwerpunkte)
8.1 Lineare Funktion (24 U.-Std.)	• Funktionen • Funktionen mit der Gleichung $y = mx + b$ • Lineare Funktionen • Funktionsgleichungen bestimmen • Nullstellen und Schnittpunkte
8.2 Terme mit mehreren Variablen (18 U.-Std.)	• Terme mit mehreren Variablen • Multiplizieren von Summen • Binomische Formeln
8.3 Flächen (18 U.-Std.)	• Flächeninhalte von Parallelogrammen • Flächeninhalte von Dreiecken • Flächeninhalte zusammengesetzter Figuren
8.4 Lineare Gleichungssysteme (20 U.-Std.)	• Lineare Gleichungssysteme mit 2 Variablen • Lineare Gleichungssysteme • Gleichsetzungs- und Einsetzungsverfahren • Das Additionsverfahren • Probleme mit Gleichungssystemen lösen
8.5 Kreise und Dreiecke (16 U.-Std.)	• Satz des Thales • Mittelsenkrechte und Umkreis • Winkelhalbierende und Inkreis • Schwerpunkt eines Dreiecks

Jahrgangsstufe 9 (G9)

Kontext Thema Zeitbedarf	Inhaltliche Schwerpunkte (Schwerpunkte)
9.1 Reelle Zahlen (15 U.-Std.)	• Quadratwurzeln • Wurzeln näherungsweise bestimmen • Irrationale Zahlen • Wurzelgesetze – Vorteile beim Rechnen
9.2 Quadratische Funktionen (24 U.-Std.)	• Wiederholung: Lineare Funktionen • Quadratische Funktionen vom Typ $f(x) = ax^2$ • Scheitelpunktform quadratischer Funktionen • Normalform und quadratische Ergänzung • Aufstellen quadratischer Funktionsgleichungen
9.3 Kreise, Prismen und Zylinder (15 U.-Std.)	• Kreisumfang und Kreisfläche • Kreisteile • Flächen bei Prismen und Zylindern • Prismen und Zylinder – Volumen • Das Prinzip von Cavalieri
9.4 Potenzen und Potenzgesetze (15 U.-Std.)	• Potenzen mit ganzzahligen Exponenten • Zahlen mit Zehnerpotenzen schreiben • Potenzen mit gleicher Basis • Potenzen mit gleichen Exponenten • Potenzieren von Potenzen • Potenzen mit rationalen Exponenten
9.5 Satz des Pythagoras und Körper (21 U.-Std.)	• Der Satz des Pythagoras • Pythagoras in Figuren und Körpern • Pyramiden • Kegel • Kugeln

Jahrgangsstufe 10 (G9)

Kontext Thema Zeitbedarf	Inhaltliche Schwerpunkte (Schwerpunkte)
10.1 Daten und Wahrscheinlichkeiten (15 U.-Std.)	• Statistiken verstehen und beurteilen • Vierfeldertafel - mit Anteilen argumentieren • Bedingte Wahrscheinlichkeiten • Stochastische Unabhängigkeit
10.2 Quadratische Gleichungen (15 U.-Std.)	• Darstellungsformen quadratischer Funktionen • Quadratische Gleichungen grafisch lösen • Lösen einfacher quadratischer Gleichungen • Linearfaktorzerlegung • Lösungsformel für quadratische Gleichungen • Problemlösen mit quadratischen Gleichungen
10.3 Ähnlichkeit (9 U.-Std.)	• Zentrische Streckung • Ähnlichkeit • Strahlensätze
10.4 Exponentielles Wachstum (15 U.-Std.)	• Exponentielles Wachstum • Exponentialfunktion • Exponentialgleichungen und Logarithmen • Wachstumsprozesse modellieren
10.5 Trigonometrie (15 U.-Std.)	• Sinus und Kosinus • Tangens • Probleme lösen mit rechtwinkligen Dreiecken • Der Kosinussatz
10.6 Trigonometrische Funktionen (15 U.-Std.)	• Sinus und Kosinus am Einheitskreis • Die Sinusfunktion • Transformationen der Sinusfunktion • Beschreibung periodischer Vorgänge

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Jahrgangsstufe 5 (G9)

Lehrwerk: Lambacher Schweizer 5

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Kapitel 1 Zahlen und Größen 1.1 Zählen und Darstellen 1.2 Zahlen ordnen 1.3 Große Zahlen und Runden 1.4 Grundrechenarten 1.5 Rechnen mit Geld 1.6 Rechnen mit Längen 1.7 Rechnen mit Gewicht 1.8 Rechnen mit Zeitangaben Zeit: 20 U.-Std.	Schüler*innen Arithmetik / Algebra verbalisieren Rechen terme unter Verwendung von Fachbegriffen und übersetzen Rechenanweisungen und Sachsituationen in Rechen terme (Ope-3, Mod-4, Kom-6) kehren Rechenanweisungen um (Pro-6, Pro-7) schätzen Größen, wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus und wandeln sie um (Ope-7, Mod-3, Pro-5) führen Grundrechenarten in unterschiedlichen Darstellungen sowohl im Kopf als auch schriftlich durch und stellen Rechenschritte nachvollziehbar dar (Ope-4, Kom-5, Kom-8) Stochastik erheben Daten, fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen und bilden geeignete Klasseneinteilungen (Mod-3, Kom-2) Berufsorientierung: Zeitungsartikel auswerten und verfassen Verbraucherbildung: Bereich A: Geld	Schüler*innen Ope-3 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt Ope-4 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-7 führen Lösungs- und Kontrollverfahren sicher und effizient durch Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern) Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-7 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen Kom-2 recherchieren und bewerten fachbezogene Informationen	<i>Zur Vernetzung</i> - Diagnose und Anknüpfung an die vorhandenen Kompetenzen aus der Grundschule <i>zur Entlastung</i> - nur sinnvolle Umwandlung von Größen <i>zur individuellen Förderung</i> - SuS mit DaZ erhalten differenziertes Material zum Lesen großer Zahlen - Ein Lernzirkel zu den Größen ermöglicht ein Anknüpfen an die individuellen Vorkenntnisse der SuS - Textbausteine zum Verbalisieren von Rechnungen stehen im Buch S. 20 zur Verfügung.

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
	Bereich D: Lebensstile Bereich C: Informationsbeschaffung- und bewertung Ziele: Reflexion von individuellen Bedürfnissen und Bedarfen, Analyse und Reflexion von Lebensstilen	Kom-5 verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache Kom-8 dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese Häufigkeitstabellen in einem Tabellenkalkulationsprogramm erstellen und Säulendiagramme darstellen	
Kapitel 2 Symmetrie 2.1 Senkrechte und parallele Geraden - Abstände 2.2 Koordinatensystem 2.3 Achsensymmetrische Figuren 2.4 Punktsymmetrische Figuren 2.5 Eigenschaften von Vielecken Zeit: 20 U.-Std.	Schüler*innen Geometrie erläutern Grundbegriffe und verwenden diese zur Beschreibung von ebenen Figuren und Körpern sowie deren Lagebeziehungen zueinander (Ope-3, Kom-3) charakterisieren und klassifizieren besondere Vierecke (Arg-4, Arg-6, Kom-6) zeichnen ebene Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamische Geometriesoftware (Ope-9, Ope-11, Ope-12) erzeugen ebene symmetrische Figuren und Muster und ermitteln Symmetrieachsen bzw. Symmetriepunkte (Ope-8, Pro-3, Pro-9) stellen ebene Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar (Ope-9, Ope-11)	Schüler*innen Ope-3 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Ope-9 nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter, Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation) Ope-12 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien zur Unterstützung und zur Gestaltung mathematischer Prozesse Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff) Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf	<i>zur Entlastung</i> - keine zeichnerische Umsetzung der Drehungen, dafür aber besonderes Augenmerk auf das Zeichnen von achsensymmetrischen Figuren und parallelen sowie senkrechten Geraden, um den Umgang mit dem Geodreieck zu schulen - Schwerpunkt auf das Zeichnen von Vielecken legen <i>zur individuellen Förderung</i> - Zusätzliches Material zum Umgang mit dem Geodreieck - Zeichnen von Figuren mit unterschiedlichen Niveaustufen

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
	erzeugen Abbildungen ebener Figuren durch Verschieben und Spiegeln, auch im Koordinatensystem (Ope-9, Ope-11, Pro-6) nutzen dynamische Geometriesoftware zur Analyse von Verkettungen von Abbildungen ebener Figuren (Ope-11, Ope-13) Berufsorientierung: Logisches Fortsetzen von Mustern in Einstellungstests	Pro-9 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Arg-6 verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten Kom-3 erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache - digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware) nutzen - situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Medienwerkzeuge entscheiden und begründet auswählen.	Für sprachlich schwache Lerner kann ein AB mit einem Satzbaukasten zum Beschreiben von Vierecken erstellt werden (Vgl. Josef Leisen, Handbuch Sprachförderung im Fach, Klett 2019, S. 37 und Buch S. 52)
Kapitel 3 Rechnen 3.1 Terme 3.2 Rechenvorteile beim Addieren und Multiplizieren 3.3 Ausklammern und Ausmultiplizieren 3.4 Potenzieren 3.5 Teilbarkeit 3.6 Primzahlen und Primfaktorzerlegung	Schüler*innen Arithmetik / Algebra erläutern Eigenschaften von Primzahlen, zerlegen natürliche Zahlen in Primfaktoren und verwenden dabei die Potenzschreibweise (Ope-4, Arg-4) bestimmen Teiler natürlicher Zahlen, wenden dabei die Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 4, 5 und 10 an und kombinieren diese zu weiteren Teilbarkeitsregeln (Arg-5, Arg-6, Arg-7) begründen mithilfe von Rechengesetzen Strategien zum vorteilhaften Rechnen und nutzen diese (Ope-4, Arg-5) verbalisieren Rechenterme unter Verwendung von Fachbegriffen und übersetzen Rechenanweisungen	Schüler*innen Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-3 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt Ope-4 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-5 arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen	<i>Zur Festigung</i> - Wiederholung des kleinen und des großen 1x1 - Schreiben von Kopfrechentests, Rechenschnelltests <i>Zur Entlastung</i> - grundlegende Teilbarkeitsregeln ohne Primfaktorzerlegung, ggT und kgV - schriftliche Subtraktion mit maximal zwei Subtrahenden,

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
3.7 Schriftliche addieren und subtrahieren 3.8 Schriftliches Multiplizieren 3.9 Schriftliches Dividieren 3.10 Sachaufgaben systematisch lösen Zeit: 24 U.-Std.	und Sachsituationen in Rechenterme (Ope-3, Mod-4, Kom-6) nutzen Variablen bei der Formulierung von Rechengesetzen und bei der Beschreibung von einfachen Sachzusammenhängen (Ope-5, Mod-4, Mod-5) führen Grundrechenarten in unterschiedlichen Darstellungen sowohl im Kopf als auch schriftlich durch und stellen Rechenschritte nachvollziehbar dar (Ope-1, Kom-5, Kom-8) Verbraucherbildung: Bereich A: Ratenkauf, Einkauf überschlagen, Kosten kalkulieren (Qualität und Transparenz von Finanzprodukten und Verträge, Geld und Zahlungsverkehr) Bereich D: Ladungsgewicht (Mobilität und Reisen), Foodmiles (Energie- und Ressourceneffizienz, Klimaschutz) Ziele: Auseinandersetzung mit Folgen des Konsums; Reflexion von Bedürfnissen und Bedarfen, Reflexion von Kriterien für Konsumententscheidungen	Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff) Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-6 verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Kom-5 verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache Kom-8 dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese	schriftliche Division mit maximal zweistelligen Divisoren • <i>zur individuellen Förderung</i> • Differenziertes Material zum schriftlichen Rechnen (z.B. weniger Überträge, Division durch einstellige Zahlen) • SuS (insbesondere mit DaZ) erhalten differenzierte Sachaufgaben (mit Worterklärungen, einfacheren Wörtern...)
Kapitel 4 Flächen 4.1 Flächeninhalte vergleichen 4.2 Flächeneinheiten 4.3 Flächeninhalt eines Rechtecks 4.4 Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks	Schüler*innen Arithmetik / Algebra schätzen Größen, wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus und wandeln sie um (Ope-7, Mod-3, Pro-5) Geometrie schätzen die Länge von Strecken und bestimmen sie mithilfe von Maßstäben (Pro-5, Arg-7) nutzen das Grundprinzip des Messens bei der Flächen- und Volumenbestimmung (Pro-4, Arg-5)	Schüler*innen Ope-4 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-7 führen Lösungs- und Kontrollverfahren sicher und effizient durch Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Ope-9 nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren	<i>zur Entlastung</i> • nur einfache und sinnvolle Umwandlungen von Größen <i>zur Vernetzung</i> • Fach Erdkunde: Absprache zum Maßstab <i>zur individuellen Förderung</i> • Flächen vergleichen in verschiedenen Niveau-

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
4.5 Umfang von Figuren 4.6 Schätzen und Rechnen mit Maßstäben Zeit: 20 U.-Std.	berechnen den Umfang von Vierecken, den Flächeninhalt von Rechtecken und rechtwinkligen Dreiecken (Ope-4, Ope-8) bestimmen den Flächeninhalt ebener Figuren durch Zerlegungs- und Ergänzungsstrategien (Arg-3, Arg-5) rechnen mit Maßstäben und fertigen Zeichnungen in geeigneten Maßstäben an (Ope-4,Ope-9) Verbraucherbildung: Bereich D: Grundrisse von Wohnungen vergleichen (Wohnen und Zusammenleben) Entfernungen kalkulieren bei Reisen (Reise und Mobilität) Ziele: Reflexion von individuellen Bedürfnissen und Bedarf, Analyse und Reflexion von Lebensstilen	Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren, Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern) Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch)	stufen (ganze Kästchen – Teile von Kästchen) Differenzierte Flächen- bzw. Umfangberechnung (Vierecke, zusammengesetzte Flächen/ Figuren)
Kapitel 5 Körper 5.1 Körper und Netze 5.2 Quader und Würfel 5.3 Schrägbilder 5.4 Rauminhalte vergleichen 5.5 Volumeneinheiten 5.6 Volumen eines Quaders	Schüler*innen Arithmetik / Algebra schätzen Größen, wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus und wandeln sie um (Ope-7, Mod-3, Pro-5) Geometrie erläutern Grundbegriffe und verwenden diese zur Beschreibung von ebenen Figuren und Körpern sowie deren Lagebeziehungen zueinander (Ope-3, Kom-3)	Schüler*innen Ope-2 stellen sich geometrische Situationen räumlich vor und wechseln zwischen Perspektiven Ope-3 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt Ope-4 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-7 führen Lösungs- und Kontrollverfahren sicher und effizient durch Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln	<i>zur Vernetzung</i> Fächerverbindendes Unterrichtsvorhaben mit dem Fach Kunst zum Thema: „Tapeart-Installationen des Künstlers Aakash Nihalani.“ (optische Täuschungen durch geklebte Körper-Schrägbilder aus Klebeband auf

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
5.7 Oberflächeninhalte von Quadern und Würfeln Zeit: 16 U.-Std.	identifizieren und charakterisieren Körper in bildlichen Darstellungen und in der Umwelt (Ope-2, Mod-3, Mod-4, Kom-3) nutzen das Grundprinzip des Messens bei der Flächen- und Volumenbestimmung (Pro-4, Arg-5) berechnen den Oberflächeninhalt und das Volumen von Quadern (Ope-4, Ope-8) beschreiben das Ergebnis von Drehungen und Verschiebungen eines Quaders aus der Vorstellung heraus (Ope-2, Kom-5) stellen Quader und Würfel als Netz, Schrägbild und Modell dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen (Ope-2, Mod-1, Kom-3) Verbraucherbildung: Bereich D: Energie- und Ressourceneffizienz: Verpackungen und Volumen, Wasserverbrauch kalkulieren Ziele: Auseinandersetzung mit den Folgen des Konsums und Gestaltungsoptionen	Mod-1 erfassen reale Situationen und beschreiben diese mit Worten und Skizzen Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren, Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogie-betrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern) Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Kom-3 erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen Kom-5 verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege	Wänden im Schulgebäude) <i>zur Entlastung</i> - nur einfache und sinnvolle Umwandlungen von Größen - keine Schrägbilder und Netze von zusammengesetzten Körpern <i>zur individuellen Förderung</i> - Volumenberechnung in Niveaustufen, z.B. mit derselben und mit unterschiedlichen Längeneinheiten - Für sprachlich schwächere Schüler kann auch hier mit Satzmustern oder Satzbaukästen gearbeitet werden (s. o.)
Kapitel 6 Brüche – das Ganze und seine Teile 6.1 Bruch und Anteil 6.2 Kürzen und erweitern 6.3 Brüche vergleichen 6.4 Prozente	Schüler*innen Arithmetik / Algebra stellen Zahlen auf unterschiedlichen Weisen dar, vergleichen sie und wechseln situationsangemessen zwischen den verschiedenen Darstellungen (Ope-6, Kom-7)	Schüler*innen Ope-4 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-6 führen Darstellungswechsel sicher aus Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen	Je nach Stärke der Lerngruppe kann dieses Kapitel in Klasse 5 angefangen werden oder aber komplett in Klasse 6 behandelt werden. <i>zur Vernetzung</i>

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
6.5 Brüche als Quotienten 6.6 Brüche auf dem Zahlenstrahl Zeit: 16 U.-Std.	deuten Brüche als Anteile, Operatoren, Quotienten, Zahlen und Verhältnisse (Pro-2, Arg-4, Kom-5) kürzen und erweitern Brüche und deuten dies als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung (Ope-4, Pro-2, Kom-5) berechnen und deuten Bruchteil, Anteil und Ganzes im Kontext (Mod-4, Pro-4, Kom-3)	Pro-2 wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren, Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff) Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen Kom-5 verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege Kom-3 erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen	- Grundschule: einfache Brüche, Prozentzahlen <i>zur Entlastung</i> - Verhältnisse nur als Abgrenzung zu Anteilen <i>zur individuellen Förderung</i> - SuS mit DaZ erhalten differenziertes Material zum Lesen von Brüchen/ Bruchteilen - Differenziertes Material zum Erweitern und Kürzen von Brüchen, vor allem mit bildlicher Veranschaulichung dieser Prozesse
Summe der Stunden: 116 (Schuljahr: 41 Wochen à 4 U.-Std. = 164 U.-Std.)			

Jahrgangsstufe 6 (G9)

Lehrwerk: Lambacher Schweizer 6 G9

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Kapitel 1 Brüche in Dezimalschreibweise 1.1 Wiederholung: Brüche 1.2 Dezimalschreibweise 1.3 Dezimalzahlen vergleichen und runden 1.4 Abbrechende und periodische Dezimalzahlen 1.5 Dezimalschreibweise bei Größen Zeit: 20 U.-Std.	Schüler*innen Arithmetik / Algebra stellen Zahlen auf unterschiedlichen Weisen dar, vergleichen sie und wechseln situationsangemessen zwischen den verschiedenen Darstellungen (Ope-6, Kom-7) deuten Brüche als Anteile, Operatoren, Quotienten, Zahlen und Verhältnisse (Pro-2, Arg-4, Kom-3) kürzen und erweitern Brüche und deuten dies als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung (Ope-4, Pro-2, Kom-5) berechnen und deuten Bruchteil, Anteil und Ganzes im Kontext (Mod-4, Pro-4, Kom-3) Verbraucherbildung: z.B. Bereich B: Ernährungstabellen, Anteile der Nährstoffe, Rezeptangaben z.B. Bereich C: Aussagen aus Zeitungen etc. richtig verstehen mit dem Ziel: „Auseinandersetzung mit gesellschaftlichen Einflüssen auf Konsumententscheidungen unter Berücksichtigung verschiedener Interessen“	Schüler*innen Ope-4 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-6 führen Darstellungswechsel sicher aus Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Pro-2 wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren, Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff) Kom-3 erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen Kom-5 verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege entdecken mit einer Taschenrechner-App (i-Pad-Koffer) abbrechende und periodische Dezimalzahlen.	<i>zur Vernetzung</i> - Grundschule: einfache Brüche, Dezimalzahlen <i>zur Entlastung</i> - grundlegende Teilbarkeitsregeln ohne Primfaktorzerlegung, ggT und kgV - Verhältnisse nur als Abgrenzung zu Anteilen <i>zur individuellen Förderung</i> - SuS mit DaZ erhalten differenziertes Material zum Lesen von Brüchen/ Bruchteilen - Differenziertes Material zum Erweitern und Kürzen von Brüchen, vor allem mit bildlicher Veranschaulichung dieser Prozesse

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Kapitel 2 Zahlen addieren und subtrahieren 2.1 Brüche addieren und subtrahieren 2.2 Dezimalzahlen addieren und subtrahieren 2.3 Geschicktes Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen 2.4 Addieren und Subtrahieren von Größen Zeit: 20 U.-Std.	Schüler*innen Arithmetik / Algebra stellen Zahlen auf unterschiedlichen Weisen dar, vergleichen sie und wechseln situationsangemessen zwischen den verschiedenen Darstellungen (Ope-6, Kom-7) schätzen Größen, wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus und wandeln sie um (Ope-7, Mod-3, Pro-5) runden Zahlen im Kontext sinnvoll und wenden Überschlag und Probe als Kontrollstrategien an (Ope-7, Mod-7, Mod-8)	Ope-6 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-7 führen Lösungs- und Kontrollverfahren sicher und effizient durch Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogie-betrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern)	<i>zur Entlastung</i> - Vorstellung der gemischten Schreibweise als Summe von ganzer Zahl und Bruch muss verankert werden. - Rechnen mit Zahlen in gemischter Schreibweise fakultativ <i>Zur individuellen Förderung:</i> - Für sprachlich schwache Schüler oder DAZ-Schüler gibt es ABs zum richtigen Lesen von Dezimalzahlen - Textbausteine zum Erklären der Rundungsregeln Buch S. 50

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Kapitel 3 Muster und Figuren 3.1 Negative Zahlen – erweitertes Koordinaten-system 3.2 Verschiebungen 3.3 Kreise und Kreisfiguren 3.4 Winkel 3.5 Winkel mit dem Geo- dreieck messen und zeichnen 3.6 Drehungen* Zeit: 20 U.-Std.	Schüler*innen Geometrie zeichnen ebene Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamische Geometriesoftware (Ope-9, Ope-11, Ope-12) erzeugen ebene symmetrische Figuren und Muster und ermitteln Symmetrieachsen bzw. Symmetriepunk-te (Ope-8, Pro-3, Pro-9) stellen ebene Figuren im kartesischen Koordinaten- system dar (Ope-9, Ope-11) erzeugen Abbildungen ebener Figuren durch Ver- schieben und Spiegeln, auch im Koordinatensystem (Ope-9, Ope-11, Pro-6) nutzen dynamische Geometriesoftware zur Analyse von Verkettungen von Abbildungen ebener Figuren (Ope-11, Ope-13) schätzen und messen die Größe von Winkeln und klassifizieren Winkel mit Fachbegriffen (Ope-9, Kom-3, Kom-6) Arithmetik / Algebra nutzen ganze Zahlen als Koordinaten (Mod-1, Mod-4, Pro-5, Arg-2) Berufsorientierung: Architektonische Zeichnungen, Gestaltung von Kirchenfenstern	Schüler*innen Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Ope-9 nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geo- dreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellen- kalkulation und Funktionenplotter) Ope-12 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese be- gründet aus Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien zur Unter- stützung und zur Gestaltung mathematischer Prozesse Mod-1 erfassen reale Situationen und beschreiben diese mit Worten und Skizzen Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogie- betrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teil- probleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern) Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines	zur Vernetzung • Fach Kunst: Mondrian, Itten ... <i>Außerschulischer Lernort:</i> • Museumspädagogik in der Burg Linn Krefeld zum Thema: <i>Mathe in Aktion: Wir</i> <i>vermessen eine</i> <i>Burg.</i>

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Problems und führen Lösungspläne zielge-richtet aus Pro-9 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Arg-2 benennen Beispiele für vermutete Zusammenhänge Kom-3 erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache Medien und Werkzeuge:: digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware) nutzen	
Kapitel 4 Zahlen multiplizieren und dividieren 4.1 Brüche vervielfachen und teilen 4.2 Brüche multiplizieren 4.3 Durch Brüche dividieren 4.4 Kommaverschiebung 4.5 Dezimalzahlen multiplizieren 4.6 Dezimalzahlen dividieren 4.7 Rechengesetze – Vorteile beim Rechnen Zeit: 20 U.-Std.	Schüler*innen Arithmetik / Algebra runden Zahlen im Kontext sinnvoll und wenden Überschlag und Probe als Kontrollstrategien an (Ope-7, Mod-3, Pro-5) führen Grundrechenarten in unterschiedlichen Darstellungen sowohl im Kopf als auch schriftlich durch und stellen Rechenschritte nachvollziehbar dar (Ope-1, Kom-5, Kom-8) Verbraucherbildung: z.B. Bereich A: Überschlagsrechnung beim Einkauf und Vergleich mit dem Ziel: „Reflexion von individuellen Bedürfnissen und Bedarfen sowohl in der Gegenwart als auch in der Zukunft“ und „Reflexion von Kriterien für Konsumententscheidungen“	Schüler*innen Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-7 führen Lösungs- und Kontrollverfahren sicher und effizient durch Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogie-betrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern) Kom-5 verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege Kom-8 dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese	<i>zur Entlastung</i> - keine Doppelbrüche - keine Rechenoperation mit Brüchen in gemischter Schreibweise

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Kapitel 5 Daten 5.1 Relative Häufigkeiten und Diagramme 5.2 Arithmetisches Mittel und Median 5.3 Boxplots 5.4 Untersuchungen planen und auswerten Zeit: 16 U.-Std.	Schüler*innen Stochastik erheben Daten, fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen und bilden geeignete Klasseneinteilungen (Mod-3, Kom-2) stellen Häufigkeiten in Tabellen und Diagrammen dar auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge (Tabellenkalkulation) (Ope-11) bestimmen, vergleichen und deuten Häufigkeiten und Kenngrößen statistischer Daten (Mod-7, Arg-1, Kom-1) lesen und interpretieren grafische Darstellungen statistischer Erhebungen (Mod-2, Kom-1, Kom-2) diskutieren Vor- und Nachteile grafischer Darstellungen (Mod-8, Arg-9) Berufsorientierung: Zeitungsartikel auswerten und verfassen Verbraucherbildung: z.B. Bereich C: Zeitungsartikel oder Berichterstattungen auswerten mit dem Ziel: „Auseinandersetzung mit gesellschaftlichen Einflüssen auf Konsumententscheidungen unter Berücksichtigung verschiedener Interessen“	Schüler*innen Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellenkalkulation und Funktionenplotter) Mod-2 stellen eigene Fragen zu realen Situationen, die mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten beantwortet werden können Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf Arg-9 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind Kom-1 entnehmen und strukturieren Informationen aus mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen Kom-2 recherchieren und bewerten fachbezogene Informationen Medien und Werkzeuge: Häufigkeitstabellen in einem Tabellenkalkulationsprogramm erstellen und Säulen-/Kreisdiagramme darstellen	<i>zur Vernetzung</i> Fach Deutsch: Wie halte ich ein Kurzreferat?
Kapitel 6 Beziehungen zwischen Zahlen	Schüler*innen Arithmetik / Algebra nutzen Variablen bei der Formulierung von Rechengesetzen und bei der Beschreibung von einfachen Sach-	Schüler*innen Ope-5 arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen	

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
6.1 Strukturen erkennen und fortsetzen 6.2 Abhängigkeiten mit Termen beschreiben 6.3 Rechnen mit dem Dreisatz 6.4 Abhängigkeiten grafisch darstellen Zeit: (20 U.-Std.)	zusammenhängen (Ope-5, Mod-4, Mod-5) setzen Zahlen in Terme mit Variablen ein und berechnen deren Wert (Ope-5, Mod-6) nutzen ganze Zahlen zur Beschreibung von Zuständen und Veränderungen in Sachzusammenhängen und als Koordinaten (Mod-1, Mod-4, Pro-5, Arg-2). Funktionen beschreiben den Zusammenhang zwischen zwei Größen mithilfe von Worten, Diagrammen und Tabellen (Mod-1, Mod-4, Kom-1, Kom-7) wenden das Dreisatzverfahren zur Lösung von Sachproblemen an (Ope-8, Mod-3, Mod-6, Mod-8) erkunden Muster in Zahlenfolgen und beschreiben die Gesetzmäßigkeiten in Worten und mit Termen (Pro-1, Pro-3, Pro-5) Verbraucherbildung: z.B. Bereich C: Zusammenhänge in Diagramme, Tabellen und Graphen erkennen mit dem Ziel: „Auseinandersetzung mit gesellschaftlichen Einflüssen auf Konsumententscheidungen unter Berücksichtigung verschiedener Interessen“	Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Mod-1 erfassen reale Situationen und beschreiben diese mit Worten und Skizzen Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Pro-1 geben Problemsituationen in eigenen Worten wieder und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern) Arg-2 benennen Beispiele für vermutete Zusammenhänge Kom-1 entnehmen und strukturieren Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen	

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen	
Summe der Stunden: 116 (Schuljahr: 41 Wochen à 4 U.-Std. = 164 U.-Std.)			

Jahrgangsstufe 7 (G9)

Lehrwerk: Lambacher Schweizer 7 G9

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Kapitel 1 Rechnen mit rationalen Zahlen 1.1 Ganze Zahlen 1.2 Rationale Zahlen und ihre Anordnung 1.3 Positive Zahlen addieren und subtrahieren 1.4 Negative Zahlen addieren und subtrahieren 1.5 Multiplizieren und Dividieren rationaler Zahlen 1.6 Rechenvorteilen nutzen Zeit: 18 U-Std.	Schüler*innen Arithmetik / Algebra stellen rationale Zahlen auf der Zahlengeraden dar und ordnen sie der Größe nach (Ope-6, Pro-3) geben Gründe und Beispiele für Zahlbereichserweiterungen an (Mod-3, Arg-7) leiten Vorzeichenregeln zur Addition und Multiplikation anhand von Beispielen ab und nutzen Rechengesetze und Regeln (Ope-8, Arg-5) Berufsorientierung: Das Gesetz der gerechten Messung-Tätigkeiten im Eichamt. Vermessungstechnik- Gewinnung von Daten im Vermessungswesen. Verbraucherbildung: Bereich A: Berechnung von Schulden und Guthaben, Bilanzierung Ziel: Reflexion von Kriterien für Konsumententscheidungen	Schüler*innen Ope-6 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Medien und Werkzeuge: Einsetzen von naturwissenschaftlichen Messgeräten mit negativen Skalen (z.B. Thermometer).	Vernetzen: - Wiederholen der rationalen positiven Zahlen und ihrer Rechengesetze. Schwerpunkt: - Rechengesetze; besonders die Verrechnung mehrfacher Rechen- und Vorzeichen. Entlastung: - Da die positiven rationalen Zahlen bereits bekannt sind, sollte der Fokus auf die negativen rationalen Zahlen gelegt werden. Zusatz/Vertiefung: - Brüche im Koordinatensystem darstellen.
Kapitel 2 Zuordnungen 2.1. Zuordnungen darstellen 2.2 Zuordnungen mit Formeln beschreiben 2.3 Proportionale Zuordnungen	Schüler*innen Arithmetik/ Algebra deuten Variablen als Veränderliche zur Beschreibung von Zuordnungen (...) (Mod-4, Mod-5, Pro-4) stellen Terme als Rechenvorschrift von Zuordnungen auf (Mod-4, Mod-6, Kom-1)	Schüler*innen Mod-4 übersetzten reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu	Absprachen: - Bei der Berechnung von Werten wird maximal das einfache Dreisatzverfahren angewendet. - Einführen der Kriterien: Quotientengleichheit und Produktgleichheit sowie

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
2.4 Antiproportionale Zuordnungen 2.5 Zuordnungstypen erkennen und nutzen Zeit ca. 20 U-Std.	Funktionen charakterisieren Zuordnungen und grenzen diese anhand ihrer Eigenschaften voneinander ab (Arg-3, Arg-4, Kom-1) beschreiben zu gegebenen Zuordnungen passende Sachsituationen (Mod-5, Kom-3) stellen Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar und nutzen die Darstellungen situationsangemessen (Kom-4, Kom-6, Kom-7) lösen innermathematische und alltagsnahe Probleme mithilfe von Zuordnungen auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Taschenrechner, Tabellenkalkulation und Funktionenplotter und Multirepräsentationssysteme) (Ope-11, Mod-6, Pro-6) Berufsorientierung: Polizeiliche Messungen von Geschwindigkeiten (graphische Darstellung) Betrachtung von Wachstum, Körpergröße und Gewicht bei Tieren in der Veterinärmedizin. Verbraucherbildung: Bereich D: Einkauf in größeren Mengen, Ratenzahlung Ziel: Auseinandersetzung mit individuellen, kollektiven und politischen Gestaltungsoptionen des Konsums	Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Kom-1 entnehmen und strukturieren Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen Kom-3 erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen. Kom-4 geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder, Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff) Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter, Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation) Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Medieneinsatz und Werkzeuge: Einsatz der Tabellenkalkulation bei Zuordnungen (z.B. Wertetabellen erstellen, Graphen zeichnen lassen, Formate von Graphen wählen).	Proportionalitätskonstanten p und q. Vernetzen: - Fortsetzung des Koordinatensystems mit stetigen Koordinatenachsen. Schwerpunkt: - Der Fokus liegt auf der Verknüpfung zwischen Funktionsvorschrift und zugehörigem Graphen. - Zuordnungen mit Formeln beschreiben Individuelle Förderung: .Zum verbalen Beschreiben von Graphen können Satzbausteine und eine Tandemübung verwendet werden. Zusatz/ Vertiefung: - Ausgleichsgerade
Kapitel 3	Schüler*innen Arithmetik / Algebra	Schüler*innen Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter,	Absprachen:

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Prozentrechnung – Zinsrechnung 3.1 Prozentsätze berechnen 3.2 Prozentwerte berechnen 3.3 Grundwerte berechnen 3.4 Überall Prozente 3.5 Zinsen 3.6 Zinseszinsen Zeit ca. 22 U-Std.	ermitteln Exponenten im Rahmen der Zinsrechnung durch systematisches Probieren auch unter Verwendung von Tabellenkalkulationen (Pro-4, Pro-5, Ope-11) Funktionen wenden Prozent- und Zinsrechnung auf allgemeine Konsumsituationen an und erstellen dazu anwendungsbezogene Tabellenkalkulationen mit relativen und absoluten Zellbezügen (Ope-11, Ope-13, Mod-2) beschreiben prozentuale Veränderungen mit Wachstumsfaktoren und kombinieren prozentuale Veränderungen (Mod-4, Pro-3) Berufsorientierung: Prozentrechnung im Bankenwesen bei Krediten, Guthabenverzinsung etc Der Nutzen von Prozentrechnung in der Medizin/Apotheke (z.B. bei Medikamenten). Waren und Güter im Einzelhandel anhand von Einkauf und Verkauf (z.B. Massenrabatt, Reduzierungen und Angeboten). Verbraucherbildung: Bereich A/C: Preisvergleich: Berechnung von Kosten verschiedener Sparangebote aus Printwerbung Ziel: Reflexion von Kriterien für Konsumententscheidungen	Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation) Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien und Unterstützung zur Gestaltung mathematischer Prozesse Mod-2 stellen eigene Fragen zu realen Situationen, die mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten beantwortet werden können Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Medieneinsatz und Werkzeuge: Einsatz der Tabellenkalkulation z.B. zur Erstellung von Kreisdiagrammen. Prozentrechnungen in Zeitungen/Zeitungsartikeln z.B. bei Umfragen, Diagrammen/Grafiken. Analysieren von Artikeln und verfassen von eigenen Zeitungsartikeln mit oben genannten Inhalten.	- Als Zeichen für den Prozentsatz soll p% eingeführt werden. - Das Wachstum um p% soll als Multiplikation mit dem Faktor $1+p\%$ interpretiert werden. <i>Vernetzen:</i> - Die Darstellung der Brüche mit dem Nenner 100 (Prozent) bzw. 1000 (Promille) soll anhand von Rechenregeln für Brüche (u.a. Kürzen und Erweitern) behandelt werden. <i>Schwerpunkt:</i> - Der Fokus auf Realsituationen soll im Zentrum stehen. <i>Entlastung:</i> - Das Thema Zinseszins kann optional behandelt werden. <i>Zusatz/ Vertiefung:</i> - Geschichte des Prozentzeichens; Behandlung weiterer Kontextbegriffe (u.a. Begriffe wie Skonto, Netto- und Bruttogewicht, Mehrwertsteuer etc.).
Kapitel 4 Terme und Gleichungen 4.1 Terme mit einer Variablen 4.2 Terme umformen	Schüler*innen Arithmetik / Algebra deuten Variablen als Platzhalter in Termen und Rechengesetzen sowie als Unbekannte in Gleichungen	Schüler*innen Ope-5 arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen	<i>Vernetzen:</i> Anwenden aller bisher erlernten Rechengesetze (besonders beim Zusammenfassen von Termen).

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
4.3 Ausmultiplizieren und Ausklammern 4.4 Gleichungen aufstellen und lösen 4.5 Gleichungen lösen mit Äquivalenzumformungen 4.6 Bruchteile und Bruchgleichungen 4.7 Problemlösen mit Gleichungen Zeit ca. 26 U-Std.	gen (Mod-4, Mod-5, Pro-4) stellen Term zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf (Mod-4, Mod-6, Kom-1) stellen Gleichungen und Ungleichungen zur Formulierung von Bedingungen in Sachsituationen auf (Mod-3, Mod-9) formen Terme, auch Bruchterme, zielgerichtet um und korrigieren fehlerhafte Termumformungen (Ope-5, Pro-9) ermitteln Lösungsmengen linearer Gleichungen sowie von Bruchgleichungen unter Verwendung geeigneter Verfahren und deuten sie im Sachkontext (Ope-8, Mod-7, Pro-6) Berufsorientierung: Einblicke in die Verwaltung: Entwickeln von Formeln im Zusammenhang von öffentlichen Gebäuden und Besuchern dazu zählen u.a. städtischer Zoo (Krefeld), Museen, Schauspielhaus etc. Z.B. Formeln zur Berechnung von Kosten, Formeln zur Berechnung von potentiellen Einnahmen in Abhängigkeit von der Besucherzahl usw. Verbraucherbildung: Bereich A: Gewinnermittlung, Gewinnmaximierung Ziel: Auseinandersetzung mit individuellen und gesellschaftlichen Folgen des Konsums	Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-4 übersetzten reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-9 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-9 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Kom-1 entnehmen und strukturieren Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen Medien und Werkzeuge: Für die Behandlungen von Termen und Gleichungen stehen in der Mathesammlung Spiele zur Verfügung mit entsprechenden Lerninhalten.	<i>Schwerpunkt:</i> - Der Fokus liegt auf Äquivalenzumformungen und eine strukturierte, überschaubare Notation (Umformung, Äquivalenzpfeile). <i>Entlastung:</i> - Da das Ausmultiplizieren/Ausklammern bereits bei rationalen Zahlen vorkam, kann dieser Teil bei Bedarf gekürzt werden. <i>Zusatz/Vertiefung:</i> - Historische Gleichungsrätsel aus verschiedenen zeitlichen Epochen und Kulturen und Zahlenzaubertricks
Kapitel 5 Konstruieren und Argumentieren	Schüler*innen Geometrie	Schüler*innen Ope-9 nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren	<i>Absprache:</i> Nur den Beweis des Innenwinkelsummensatzes bei Dreiecken durchführen.

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
5.1 Winkel an sich schneidenden Geraden 5.2 Winkelsummen 5.3 Dreiecke konstruieren 5.4 Kongruenz 5.5 Mit Kongruenzsätzen argumentieren Zeit ca. 14 U-Std.	nutzen geometrische Sätze zur Winkelbestimmung in ebenen Figuren (Arg-7, Arg-9, Arg-10) begründen die Beweisführung zur Summe der Innenwinkel in einem Dreieck (Pro-10, Arg-8) führen Konstruktionen mit Zirkel und Lineal durch und nutzen Konstruktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (Ope-9, Pro-6, Pro-7) formulieren und begründen Aussagen zur Lösbarkeit und Eindeutigkeit von Konstruktionsaufgaben (Arg-2, Arg-3, Arg-5, Arg-6, Arg-7) zeichnen Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen und geben die Abfolge der Konstruktionschritte mit Fachbegriffen an (Ope-12, Kom-4, Kom-9) lösen geometrische Probleme mithilfe von geometrischen Sätzen (Ope-12, Pro-4, Pro-6, Kom-8) Berufsorientierung: Die Konstruktion von Dreiecken im Handwerk und in der Architektur (z.B. bei der Entwicklung von Möbelstücken, Glasscheiben, Fliesen oder an Gebäuden).	Ope-12 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-7 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen Pro-10 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen Arg-2 benennen Beispiele für vermutete Zusammenhänge Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-6 verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Arg-8 erläutern vorgegebene Argumentationen und Beweise hinsichtlich ihrer logischen Struktur (Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) Arg-9 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind Arg-10 ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten. Kom-8 dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese	Ansonsten werden keine Beweise durchgeführt (auch die Kongruenzsätze werden nicht bewiesen). <i>Vernetzen:</i> - Aufgreifen von Winkeldefinition und Winkelarten. <i>Schwerpunkt:</i> - Der Fokus soll auf Argumentation und Präsentation liegen. <i>Entlastung:</i> - Die Konstruktion von Dreiecken muss nicht entsprechend dem Lehrwerk durchgeführt werden, hier kann bei Bedarf eine zeitliche Verkürzung erfolgen. <i>Zusatz/ Vertiefung:</i> - Satz des Thales (alternativ können auch andere gleichwertige Sätze der Trigonometrie behandelt werden). Satzpuzzle zu den vier Kongruenzsätzen zur Versprachlichung

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Kom-9 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter Medien und Werkzeuge: Die Erarbeitung besonders durch entdeckendes Lernen anhand von Geometriesoftware (mögliche Programme sind u.a. EUKLID, GeoGebra, 3DGeo).	
Kapitel 6 Daten und Wahrscheinlichkeit 6.1 Wahrscheinlichkeit 6.2 Laplace-Wahrscheinlichkeit - Summenregel 6.3 Baumdiagramm und Pfadregel 6.4 Der richtige Blick auf das Baumdiagramm Zeit ca. 16 U-Std.	Schüler*innen Stochastik schätzen Wahrscheinlichkeiten auf der Basis von Hypothesen sowie auf der Basis relativer Häufigkeiten langer Versuchsreihen ab (Mod-8, Pro-3) stellen Zufallsexperimente mit Baumdiagrammen dar und entnehmen Wahrscheinlichkeiten aus Baumdiagrammen (Ope-6, Mod-5, Mod-7) bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe stochastischer Regeln (Ope-8, Pro-5, Arg-5) grenzen Laplace-Versuche anhand von Beispielen gegenüber anderen Zufallsversuchen ab (Arg-2, Arg-3, Mod-5, Kom-3) simulieren Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen mit einem stochastischen Modell (Mod-4, Mod-6, Mod-9) Berufsorientierung: Glück und Zufall in der Spielindustrie. Zufallsexperimente in Spielen aller Art. Verbraucherbildung: Bereich D: Wahrscheinlichkeit von Sammelkarten Ziel: Reflexion von Kriterien für Konsumententscheidungen.	Schüler*innen Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Mod-9 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Ope-6 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Arg-2 benennen Beispiele für vermutete Zusammenhänge Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur	Vernetzen: - Die Bruchrechnung und ihre Rechengesetze sind zu wiederholen/aufzuarbeiten, da sie für die Darstellung von Wahrscheinlichkeiten notwendig sind. - Ebenfalls die Angaben von Wahrscheinlichkeiten in %. Schwerpunkt: - Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten bei vorgegebenen Zufallsexperimenten. SuS sollen einschätzen können, ob ein Zufallsexperiment „sich als Spieler lohnt oder nicht“. - Baumdiagramme als Hilfsmittel zur Darstellung von mehrstufigen Zufallsexperimenten und zur Berechnung der dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten kennenlernen. Entlastung: - Die Herleitung von Wahrscheinlichkeiten für nicht Laplace-Experimente

Thema	Inhaltsfelder	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Kom-3 erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen Medien und Werkzeuge: SuS bearbeiten und entwickeln Zufallsexperimente. Sie überprüfen empirisch Zufallsexperimente auf ihre Wahrscheinlichkeiten.	anhand von empirischen Durchführungen muss nicht entsprechend dem Lehrwerk behandelt werden. <i>Zusatz/Vertiefung:</i> Die Programmierung von Zufallszahlen.
Summe der Stunden: 116 (Schuljahr: 41 Wochen à 4 U.-Std. = 164 U.-Std.)			

Jahrgangsstufe 8 (G9)

Lehrwerk: Lambacher Schweizer 8 (G9)

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Kapitel 1 Lineare Funktionen 1.1 Funktionen 1.2 Funktionen der Gleichung $y = mx + b$ 1.3 Lineare Funktionen 1.4 Funktionsgleichung bestimmen 1.5 Nullstellen und Schnittpunkte Zeit: 24 U.-Std.	Schüler*innen Funktionen charakterisieren Funktionen als Klasse eindeutiger Zuordnungen (Arg-4, Kom-3) stellen Funktionen mit eigenen Worten, in Werteta-bellen, als Graphen und als Terme dar und nutzen die Darstellungen situationsangemessen (Kom-4, Kom-6, Kom-7) beschreiben den Einfluss der Parameter auf den Graphen einer linearen Funktion mithilfe von Fachbegriffen (Arg-1, Arg-3, Arg-7) interpretieren die Parameter eines linearen Funktionsterms unter Beachtung der Einheiten in Sachsituationen (Mod-8, Arg-5) lösen innermathematische und alltagsnahe Probleme mithilfe von linearen Funktionen auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Taschenrechner, Tabellenkalkulation und Funktionenplotter und Multirepräsentationssysteme) (Ope-11, Mod-6, Pro-6) Berufsorientierung Auswahl der Funktionen aus dem Berufsalltag z.B. Autoverleihtarife mit Grundbetrag und Kilometerpauschale	Schüler*innen Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter, Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation) Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff) Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch)	Schwerpunktsetzung: - Graphen linearer Funktionen mit einem dynamischen Geometrie-Programm zeichnen, graphische Schnittpunktberechnung Entlastung: - Ausgleichsgerade und Geraden in Parameterform nur bei starken Lerngruppen Individuelle Förderung: - Material zur Versprachlichung von Steigung und Graphen z. B. Filmleiste Vernetzung: - Zum Fach Physik: Zeit-Geschwindigkeits- und Zeit-Weg-Diagramme

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
	Verbraucherbildung: Bereich A: z.B. der (lineare) Zusammenhang von Preis und Warenmenge und Preisersparnisse im Vergleich.	Kom-1 entnehmen und strukturieren Informationen aus mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen Kom-3 erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen. Kom-4 geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder, Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen	
Kapitel 2 Terme mit mehreren Variablen 2.1 Terme mit mehreren Variablen 2.2 Multiplizieren von Summen 2.3 Binomische Formeln Zeit: 20 U.-Std.	Schüler*innen nutzen Rechengesetze und Regeln (Ope-8, Arg-5) deuten Variablen als Platzhalter in Termen und Rechengesetzen sowie als Unbekannte in Gleichungen (Mod-4, Mod-5, Pro-4) stellen Terme zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf (Mod-4, Mod-6, Kom-1) formen Terme, auch Bruchterme, zielgerichtet um und korrigieren fehlerhafte Termumformungen (Ope-5, Pro-9)	Schüler*innen Ope-5 arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells	Vernetzung: - Wiederholung Rechnen mit rationalen Zahlen Entlastung: - Nur die erste binomische Formel geometrisch veranschaulichen

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-9 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Kom-1 entnehmen und strukturieren Informationen aus mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen	
Kapitel 3 Flächen 5.1 Flächeninhalte von Parallelogrammen 5.2 Flächeninhalte von Dreiecken 5.3 Flächeninhalte zusammengesetzter Figuren	Schüler*innen Arithmetik/ Algebra stellen Terme zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf (Mod-4, Mod-6, Kom-1) Geometrie erkunden geometrische Zusammenhänge Abhängig-keit des Flächeninhalts von Seitenlängen) mithilfe dynamischer Geometriesoftware (Ope-13, Pro-5, Pro-6) lösen geometrische Probleme mithilfe von geometri-schen Sätzen (Ope-12, Pro-4, Pro-6, Kom-8) berechnen Flächeninhalte und entwickeln Terme zur Berechnung von Flächeninhalten ebener Figuren (Ope-5, Pro-5, Pro-8, Pro-10)	Schüler*innen Ope-5 arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen Ope-12 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien und Unterstützung zur Gestaltung mathematischer Prozesse Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus	

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Pro-8 vergleichen verschiedene Lösungswege im Hinblick auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede und beurteilen deren Effizienz Pro-10 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen Kom-1 entnehmen und strukturieren Informationen aus mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen Kom-8 dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese	
Kapitel 4 Lineare Gleichungssysteme 4.1 Lineare Gleichungen mit zwei Variablen 4.2 Lineare Gleichungssysteme 4.3 Gleichungs- u. Einsetzungsverfahren 4.4 Das Additionsverfahren 4.5 Probleme mit Gleichungssystemen lösen Zeit: 22 U.-Std.	Schüler*innen Arithmetik / Algebra deuten Variablen als Platzhalter in Termen und Rechengesetzen sowie als Unbekannte in Gleichungen und Gleichungssystemen (Mod-4, Mod-5, Pro-4) ermitteln Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme unter Verwendung geeigneter Verfahren und deuten sie im Sachkontext (Ope-8, Mod-7, Pro-6) wählen algebraische Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme zielgerichtet aus und vergleichen die Effizienz unterschiedlicher Lösungswege (Pro-4, Pro-8, Pro-10) Berufsorientierung: Berechnung des „Break-Even-Points“ Schnittpunkt von Kosten- und Ertragsfunktion (Wirtschaftswissenschaftler)	Schüler*innen Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-8 vergleichen verschiedene Lösungswege im Hinblick auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede und beurteilen deren Effizienz	Schwerpunktsetzung: - Lineare Gleichungssysteme mit dem WTR lösen Entlastung: - Mindestens ein rechnerisches Lösungsverfahren sicher beherrschen Ergänzung: - Digitalisierung: Sinnvoller Einsatz von selbst erstellten Schüler-Lernvideos zu Lösungsverfahren linearer Gleichungssysteme

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Pro-10 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen	
Kapitel 5 Kreise und Dreiecke 5.1 Satz des Thales 5.2 Mittelsenkrechte und Umkreis 5.3 Winkelhalbierende und Inkreis 5.4 Schwerpunkt eines Dreiecks Zeit: 18 U.-Std.	Schüler*innen Geometrie begründen die Beweisführung zum Satz des Thales (Pro-10, Arg-8) führen Konstruktionen mit Zirkel und Lineal durch und nutzen Konstruktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (Ope-9, Pro-6, Pro-7) erkunden geometrische Zusammenhänge (Ortslinien von Schnittpunkten, Abhängigkeit des Flächeninhalts von Seitenlängen) mithilfe dynamischer Geometrie-Software (Ope-13, Pro-5, Pro-6) lösen geometrische Probleme mithilfe von geometrischen Sätzen (Ope-12, Pro-4, Pro-6, Kom-8) Berufsorientierung: Erkennen von geometrischen Strukturen in der Architektur	Schüler*innen Ope-9 nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren Ope-12 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien und Unterstützung zur Gestaltung mathematischer Prozesse Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-7 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen Pro-10 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen Arg-8 erläutern vorgegebene Argumentationen und Beweise hinsichtlich ihrer logischen Struktur (Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) Kom-8 dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese	Vernetzung: - Wiederholung Flächenberechnung von Dreieck, Rechteck, Trapez, Parallelogramm Differenzierung: - Tangenten mit dem Satz des Thales konstruieren - Regelmäßige n-Ecke mit Geodreieck und Zirkel konstruieren - Höhenschnittpunkt Sprachliche Differenzierung: Hilfen zur Konstruktionsbeschreibung

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Summe der Stunden: 114 (Schuljahr: 41 Wochen à 4 U.-Std. = 164 U.-Std.)			

Jahrgangsstufe 9 (G9)

Lehrwerk: Lambacher Schweizer 9 (G9)

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Kapitel 1 Reelle Zahlen 1.1 Quadratwurzeln 1.2 Wurzeln näherungsweise bestimmen 1.3 Irrationale Zahlen 1.4 Wurzelgesetze – Vorteile beim Rechnen Zeit: 15 U.-Std.	Schüler*innen Arithmetik / Algebra unterscheiden rationale und irrationale Zahlen und geben Beispiele für irrationale Zahlen an (Arg-2, Kom-3) nutzen und beschreiben ein algorithmisches Verfahren, um Quadratwurzeln näherungsweise zu bestimmen (Ope-8, Pro-5, Kom-4) berechnen Quadratwurzeln mithilfe der Wurzelgesetze auch ohne digitale Werkzeuge (Ope-1, Ope-5) wenden das Radizieren als Umkehrung des Potenzierens an (Ope-4)	Schüler*innen Arg-2 benennen Beispiele für vermutete Zusammenhänge Kom-3 erläutern Begriffsinhalte anhand von typischen inner- und außermathematischen Anwendungssituationen. Kom-4 geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-5 arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen Ope-4 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln	
Kapitel 2 Quadratische Funktionen 2.1 Wiederholung: Lineare Funktionen Quadratische Funktionen vom	Schüler*innen Funktionen stellen Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar (Kom-4, Kom-6, Kom-7) verwenden aus Graph, Wertetabelle und Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim	Schüler*innen Kom-4 geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen	Vernetzung: - Vergleich Eigenschaften linearer Funktionen mit quadratischen Funktionen - Wiederholung Lösen linearer Gleichungssysteme

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Typ $f(x) = ax^2$ Scheitelpunktform quadratischer Funktionen 2.2 Normalform und quadratische Ergänzung 2.3 Aufstellen quadratischer Funktionsgleichungen Zeit: 24 U.-Std.	Bearbeiten mathematischer Fragestellungen (Pro-2, Pro-3, Arg-5) bestimmen anhand des Graphen einer Funktion die Parameter eines Funktionsterms dieser Funktion (Arg-5, Arg-6, Arg-7) erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (Ausnahme bei quadratischen Funktionen in der Normalform: nur Streckfaktor und y-Achsen-abschnitt) (Arg-3, Kom-9, Kom-10) erkunden und systematisieren mithilfe dynamischer Geometriesoftware den Einfluss der Parameter von Funktionen (Pro-1, Pro-2, Pro-4, Pro-6, Ope-13) deuten Parameter und Eigenschaften einer Funktion in Anwendungssituationen (Mod-1, Mod-5, Mod-6, Mod-7, Mod-9) formen Funktionsterme quadratischer Funktionen um und nutzen verschiedene Formen der Termdarstellung situationsabhängig (Ope-5, Pro-6, Kom-7) identifizieren funktionale Zusammenhänge in Messreihen mit digitalen Hilfsmitteln (Arg-1, Arg-4, Ope-11, Ope-13) Berufsorientierung: Erkennen von geometrischen Strukturen in der Architektur	Kom-9 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter Kom-10 vergleichen und beurteilen Ausarbeitungen und Präsentationen hinsichtlich ihrer fachlichen Richtigkeit, Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität Pro-1 geben Problemsituationen in eigenen Worten wieder und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation Pro-2 wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff) Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-6 verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten	<i>Differenzierung:</i> - Zur Beschreibung der Eigenschaften: Lückentext - Quadratische Ergänzung: Erklärung per Filmleiste <i>Schwerpunktsetzung:</i> Graphen zeichnen und Wertetabellen mit TR und Dynamischer Geometriesoftware z.B. Geogebra

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Mod-1 erfassen reale Situationen und beschreiben diese mit Worten und Skizzen Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-9 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Ope-5 arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter, Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation) Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien und Unterstützung zur Gestaltung mathematischer Prozesse	
Kapitel 3 Kreise, Prismen und Zylinder 3.1 Kreisumfang und Kreisfläche 3.2 Kreisteile	Schüler*innen Geometrie berechnen Längen und Flächeninhalte an Kreisen und Kreissektoren (Ope-8; Ope-9)	Schüler*innen Kom-4 geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln	Veranschaulichung von Körpern mit Hilfe von Geogebra 3D

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
3.3 Flächen bei Prismen und Zylindern 3.4 Prismen und Zylinder – Volumen 3.5 Das Prinzip von Cavalieri Zeit: 15 U.-Std.	erläutern eine Idee zur Herleitung der Formeln für Flächeninhalt und Umfang eines Kreises durch Näherungsverfahren (Arg-8, Kom-4) schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von Körpern, Teilkörpern sowie zusammengesetzten Körpern (Ope-10, Pro-5, Pro-7) begründen Gleichheit von Volumina mit dem Prinzip von Cavalieri (Arg-5, Arg-6, Arg-7) berechnen Größen mithilfe von geometrischen Sätzen (Pro-6, Pro-10, Ope-9) ermitteln Maßangaben in Sachsituationen, nutzen diese für geometrische Berechnungen und bewerten die Ergebnisse sowie die Vorgehensweise (Mod-7, Mod-8, Ope-10) Verbraucherbildung: Preisvergleich bei Pizzen; Verpackungen Berufsorientierung: Architektur; Gestaltung von Verpackungen in Bezug auf Materialverbrauch	Ope-9 nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren Ope-10 nutzen Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlung) zur Informationsrecherche Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-7 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen Pro-10 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-6 verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Arg-8 erläutern vorgegebene Argumentationen und Beweise hinsichtlich ihrer logischen Struktur (Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen	
Kapitel 4 Potenzen und	Schüler*innen	Schüler*innen	<i>Vernetzen:</i>

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Potenzgesetze 4.1 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten 4.2 Zahlen mit Zehnerpotenzen schreiben 4.3 Potenzen mit gleicher Basis 4.4 Potenzen mit gleichen Exponenten 4.5 Potenzieren von Potenzen 4.6 Potenzen mit rationalen Exponenten Zeit: 15 U.-Std.	Arithmetik / Algebra stellen Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise dar (Ope-1, Ope-6) vereinfachen Terme, bei denen die Potenzgesetze unmittelbar anzuwenden sind (Ope-5, Kom-7) wechseln zwischen Bruchdarstellung und Potenzschreibweise (Ope-1, Ope-6) wechseln zwischen Wurzel- und Potenzschreibweise (Ope-1, Ope-6) Berufsorientierung: Große Zahlen (Astronomie), kleine Zahlen (Biologie, Mikroskopie)	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-6 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-5 arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen	Anknüpfung an natürliche Exponenten <i>Schwerpunkt:</i> Potenzgesetze, wissenschaftliche Schreibweise im Heft und Anzeige beim WTR
Kapitel 5 Satz des Pythagoras und Körper 5.1 Der Satz des Pythagoras 5.2 Pythagoras in Figuren und Körpern 5.3 Pyramiden 5.4 Kegel 5.5 Kugeln Zeit: 21 U.-Std.	Schüler*innen Geometrie beweisen Satz des Pythagoras (Arg-7, Arg-9, Arg-10) schätzen und berechnen Oberflächeninhalt von Körpern, Teilkörpern sowie zusammengesetzten Körpern (Ope-10, Pro-5, Pro-7) berechnen Größen mithilfe von geometrischen Sätzen (Pro-6, Pro-10, Ope-9) ermitteln Maßangaben in Sachsituationen, nutzen diese für geometrische Berechnungen und bewerten	Schüler*innen Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Arg-9 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind Arg-10 ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten. Ope-9 nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren Ope-10 nutzen Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlung) zur Informationsrecherche Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien	

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
	die Ergebnisse sowie die Vorgehensweise (Mod-7, Mod-8, Ope-10) Berufsorientierung: Landvermessung	Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-7 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen Pro-10 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen	
Kapitel 6 Daten und Wahrscheinlichkeiten 6.1 Statistiken verstehen und beurteilen 6.2 Vierfeldertafel – mit Anteilen argumentieren 6.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten 6.4 Stochastische Unabhängigkeit Zeit: 15 U.-Std.	Schüler*innen Stochastik planen statistische Datenerhebungen und nutzen zur Erfassung und Auswertung digitale Werkzeuge (Ope-11, Kom-8) analysieren grafische Darstellungen statistischer Erhebungen kritisch und erkennen Manipulationen (Arg-9, Kom-10, Kom-11) verwenden zweistufige Zufallsversuche zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen (Mod-4) führen in konkreten Situationen kombinatorische Überlegungen durch, um die Anzahl der jeweiligen Möglichkeiten zu bestimmen (Pro-4, Pro-5, Pro-7)	Schüler*innen Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter, Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation) Kom-8 dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese Kom-10 vergleichen und beurteilen Ausarbeitungen und Präsentationen hinsichtlich ihrer fachlichen Richtigkeit, Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität Kom-11 führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei. Arg-9 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind Mod-4 übersetzten reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen	Je nach Stärke der Lerngruppe kann dieses Kapitel in Klasse 9 angefangen werden oder aber komplett in Klasse 10 behandelt werden.

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
	berechnen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafel und deuten diese im Sachzusammenhang (Ope-8, Mod-7, Mod-8) interpretieren und beurteilen Daten und statistische Aussagen in authentischen Texten (Mod-7, Mod-8, Arg-9, Kom-10, Kom-11) Verbraucherbildung: Kritischer Umgang mit Diagrammen und Medien Berufsorientierung: Beispiele in medizinischen Anwendungskontexten	geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Pro-7 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen	
Summe der Stunden: 90 (Schuljahr: 41 Wochen à 3 U.-Std. = 123 U.-Std.)			

Jahrgangsstufe 10 (G9)

Lehrwerk: Lambacher Schweizer 10 (G9)

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
Kapitel 1 Daten und Wahrscheinlichkeiten 1.1 Statistiken verstehen und beurteilen 1.2 Vierfeldertafel – mit Anteilen argumentieren 1.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten 1.4 Stochastische Unabhängigkeit Zeit: 15 U.-Std.	Schüler*innen Stochastik planen statistische Datenerhebungen und nutzen zur Erfassung und Auswertung digitale Werkzeuge (Ope-11, Kom-8) analysieren grafische Darstellungen statistischer Erhebungen kritisch und erkennen Manipulationen (Arg-9, Kom-10, Kom-11) verwenden zweistufige Zufallsversuche zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen (Mod-4) führen in konkreten Situationen kombinatorische Überlegungen durch, um die Anzahl der jeweiligen Möglichkeiten zu bestimmen (Pro-4, Pro-5, Pro-7) berechnen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafel und deuten diese im Sachzusammenhang (Ope-8, Mod-7, Mod-8) interpretieren und beurteilen Daten und statistische Aussagen in authentischen Texten (Mod-7, Mod-8, Arg-9, Kom-10, Kom-11) Verbraucherbildung: Kritischer Umgang mit Diagrammen und Medien	Schüler*innen Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter, Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation) Kom-8 dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese Kom-10 vergleichen und beurteilen Ausarbeitungen und Präsentationen hinsichtlich ihrer fachlichen Richtigkeit, Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität Kom-11 führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei. Arg-9 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind Mod-4 übersetzten reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Pro-7 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen	Je nach Stärke der Lerngruppe kann dieses Kapitel in Klasse 9 angefangen werden oder aber komplett in Klasse 10 behandelt werden.

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
	Berufsorientierung: Beispiele in medizinischen Anwendungskontexten		
Kapitel 2 Quadratische Gleichungen 2.1 Darstellungsformen quadratischer Funktionen 2.2 Quadratische Gleichungen grafisch lösen 2.3 Lösen einfacher quadratischer Gleichungen 2.4 Linearfaktorzerlegung 2.5 Lösungsformel für quadratische Gleichungen 2.6 Probleme systematisch lösen Zeit: 15 U.-Std.	Schüler*innen Funktionen stellen Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar (Kom-4, Kom-6, Kom-7) verwenden aus Graph, Wertetabelle und Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Bearbeiten mathematischer Fragestellungen (Pro-2, Pro-3, Arg-5) bestimmen anhand des Graphen einer Funktion die Parameter eines Funktionsterms dieser Funktion (Arg-5, Arg-6, Arg-7) erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (Ausnahme bei quadratischen Funktionen in der Normalform: nur Streckfaktor und y-Achsen-abschnitt) (Arg-3, Kom-9, Kom-10) erkunden und systematisieren mithilfe dynamischer Geometriesoftware den Einfluss der Parameter von Funktionen (Pro-1, Pro-2, Pro-4, Pro-6, Ope-13) deuten Parameter und Eigenschaften einer Funktion in Anwendungssituationen (Mod-1, Mod-5, Mod-6, Mod-7, Mod-9) berechnen Nullstellen quadratischer Funktionen durch geeignete Verfahren (Pro-4, Pro-8, Ope-7) identifizieren funktionale Zusammenhänge in Messreihen mit digitalen Hilfsmitteln (Arg-1, Arg-4, Ope-11, Ope-13)	Schüler*innen Kom-4 geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen Kom-9 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter Kom-10 vergleichen und beurteilen Ausarbeitungen und Präsentationen hinsichtlich ihrer fachlichen Richtigkeit, Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität Pro-1 geben Problemsituationen in eigenen Worten wieder und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation Pro-2 wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur	<i>Differenzierung:</i> - Zur Beschreibung der Eigenschaften: Lückentext - Quadratische Ergänzung: Erklärung per Filmleiste

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
	Arithmetik / Algebra wählen Verfahren zum Lösen quadratischer Gleichungen begründet aus, vergleichen deren Effizienz und bestimmen die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung auch ohne Hilfsmittel (Pro-4, Pro-8, Ope-7) wenden ihre Kenntnisse über quadratische Gleichungen zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme an und deuten Ergebnisse in Kontexten (Mod-7, Mod-8, Mod-9, Pro-4)	Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-6 verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien und Unterstützung zur Gestaltung mathematischer Prozesse Mod-1 erfassen reale Situationen und beschreiben diese mit Worten und Skizzen Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Mod-9 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Ope-7 führen Lösungs- und Kontrollverfahren sicher und effizient durch Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter, Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation) Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien und Unterstützung zur Gestaltung mathematischer Prozesse	

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-8 vergleichen verschiedene Lösungswege im Hinblick auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede und beurteilen deren Effizienz Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff)	
Kapitel 3 Ähnlichkeiten 3.1 Zentrische Streckung 3.2 Ähnlichkeit 3.3 Strahlensätze Zeit: 9 U.-Std.	Schüler*innen Geometrie erzeugen ähnliche Figuren durch zentrische Streckungen und ermitteln aus gegebenen Abbildungen Streckzentrum und Streckfaktor (Ope-8, Ope-9) berechnen Größen mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen (Pro-6, Pro-10, Ope-9) ermitteln Maßangaben in Sachsituationen, nutzen diese für geometrische Berechnungen und bewerten die Ergebnisse sowie die Vorgehensweise (Mod-7, Mod-8, Ope-10) Berufsorientierung: Landvermessungen	Schüler*innen Ope-8 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln Ope-9 nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren Ope-10 nutzen Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlung) zur Informationsrecherche Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-10 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen	
Kapitel 4 Exponentielles Wachstum	Schüler*innen	Schüler*innen	

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
4.1 Exponentielles Wachstum 4.2 Exponentialfunktion 4.3 Exponentialgleichungen und Logarithmen 4.4 Wachstumsprozesse modellieren Zeit: 15 U.-Std.	Arithmetik / Algebra lösen Exponentialgleichungen $b^x = c$ näherungsweise durch Probieren, durch Logarithmieren sowie mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Pro-5, Ope-12) wenden ihre Kenntnisse über Exponentialgleichungen zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme an und deuten Ergebnisse in Kontexten (Mod-7, Mod-8, Mod-9, Pro-4) Funktionen stellen Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar (Kom-4, Kom-6, Kom-7) verwenden aus Graph, Wertetabelle und Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Bearbeiten mathematischer Fragestellungen (Pro-2, Pro-3, Arg-5) charakterisieren Funktionsklassen und grenzen diese anhand ihrer Eigenschaften ab (Arg-6, Arg-7, Kom-1) bestimmen anhand des Graphen einer Funktion die Parameter eines Funktionsterms dieser Funktion (Arg-5, Arg-6, Arg-7) erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (Arg-3, Kom-9, Kom-10) erkunden und systematisieren mithilfe dynamischer Geometriesoftware den Einfluss der Parameter von Funktionen (Pro-1, Pro-2, Pro-4, Pro-6, Ope-13)	Ope-12 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Mod-9 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Kom-1 entnehmen und strukturieren Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen Kom-4 geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache Kom-7 wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen Pro-2 wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-6 verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten	

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
	deuten Parameter und Eigenschaften einer Funktion in Anwendungssituationen (Mod-1, Mod-5, Mod-6, Mod-7, Mod-9) wählen begründet mathematische Modelle zur Beschreibung von Wachstumsprozessen aus, treffen Vorhersagen zur langfristigen Entwicklung und überprüfen die Eignung des Modells (Mod-4, Mod-7, Mod-8, Kom-11) identifizieren funktionale Zusammenhänge in Messreihen mit digitalen Hilfsmitteln (Arg-1, Arg-4, Ope-11, Ope-13) wenden lineare, quadratische und exponentielle Funktionen zur Lösung inner- und außermathematischer Problemstellungen an (Mod-4, Mod-7, Pro-5) Berufsorientierung: Zerfalls- und Wachstumsprozesse, Halbwertszeit, Zinsen/Zinseszins etc. (Chemie, Biologie, Informatik, Physik, Wirtschaft)	Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff) Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-6 verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Kom-9 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter Kom-10 vergleichen und beurteilen Ausarbeitungen und Präsentationen hinsichtlich ihrer fachlichen Richtigkeit, Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität Kom-11 führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei Pro-1 geben Problemsituationen in eigenen Worten wieder und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation Pro-2 wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien	

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Ope-11 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter, Computer-Algebra-Systeme, Multirepräsentationssysteme, Taschenrechner und Tabellenkalkulation) Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien und Unterstützung zur Gestaltung mathematischer Prozesse Mod-1 erfassen reale Situationen und beschreiben diese mit Worten und Skizzen Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-6 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen Mod-9 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung	
Kapitel 5 Trigonometrie 5.1 Sinus und Kosinus 5.2 Tangens	Schüler*innen Geometrie	Schüler*innen Arg-4 stellen Relationen zwischen Fachbegriffen her (Ober-/Unterbegriff) Arg-8 erläutern vorgegebene Argumentationen und Beweise hinsichtlich ihrer logischen Struktur	Vernetzen: Anknüpfung an rechtwinklige Dreiecke und den Satz des Pythagoras

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
5.3 Probleme lösen mit rechtwinkligen Dreiecken 5.4 Der Kosinussatz Zeit: 15 U.-Std.	begründen die Definition von Sinus, Kosinus und Tangens durch invariante Seitenverhältnisse ähnlicher rechtwinkliger Dreiecke (Pro-5, Arg-9, Kom-4) erläutern den Kosinussatz als Verallgemeinerung des Satz des Pythagoras (Arg-4, Arg-8) berechnen Größen mithilfe von trigonometrischen Beziehungen (Pro-6, Pro-10, Ope-9) ermitteln Maßangaben in Sachsituationen, nutzen diese für geometrische Berechnungen und bewerten die Ergebnisse sowie die Vorgehensweise (Mod-7, Mod-8, Ope-10)	(Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) Arg-9 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-10 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen Kom-4 geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder Ope-9 nutzen mathematische Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck und Zirkel) zum Messen, genauen Zeichnen und Konstruieren Ope-10 nutzen Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlung) zur Informationsrecherche Mod-7 beziehen erarbeitete Lösungen auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-8 überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen	<i>Schwerpunkt:</i> Definitionen, Thematisierung von Grad- und Bogenmaß und Einstellungen beim WTR
Kapitel 6 Trigonometrische Funktionen 6.1 Sinus und Kosinus am Einheitskreis 6.2 Die Sinusfunktion	Schüler*innen Funktionen stellen Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar (Kom-4, Kom-6, Kom-7)	Schüler*innen Kom-1 entnehmen und strukturieren Informationen aus mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen Kom-4 geben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe wieder Kom-5 verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege	

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
6.3 Transformationen der Sinusfunktion 6.4 Beschreibung periodischer Vorgänge Zeit: 15 U.-Std.	verwenden aus Graph, Wertetabelle und Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Bearbeiten mathematischer Fragestellungen (Pro-2, Pro-3, Arg-5) charakterisieren Funktionsklassen und grenzen diese anhand ihrer Eigenschaften ab (Arg-6, Arg-7, Kom-1) bestimmen anhand des Graphen einer Funktion die Parameter eines Funktionsterms dieser Funktion (Arg-5, Arg-6, Arg-7) erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (Arg-3, Kom-9, Kom-10) erkunden und systematisieren mithilfe dynamischer Geometriesoftware den Einfluss der Parameter von Funktionen (Pro-1, Pro-2, Pro-4, Pro-6, Ope-13) deuten Parameter und Eigenschaften einer Funktion in Anwendungssituationen (Mod-1, Mod-5, Mod-6, Mod-7, Mod-9) identifizieren funktionale Zusammenhänge in Messreihen mit digitalen Hilfsmitteln (Arg-1, Arg-4, Ope-11, Ope-13) erläutern die Sinus- und Kosinusfunktion als Verallgemeinerung der trigonometrischen Definitionen des Sinus und des Kosinus am Einheitskreis (Arg-6, Arg-8) beschreiben zeitlich periodische Vorgänge mithilfe von Sinusfunktionen (Mod-2, Mod-3, Mod-4, Mod-5).	Kom-6 verwenden in angemessenem Umfang die fachgebundene Sprache Kom-9 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter Kom-10 vergleichen und beurteilen Ausarbeitungen und Präsentationen hinsichtlich ihrer fachlichen Richtigkeit, Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität Pro-1 geben Problemsituationen in (1) eigenen Worten wieder und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation Pro-2 wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) Pro-3 setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf Pro-4 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren, Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-6 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente Arg-6 verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Arg-8 erläutern vorgegebene Argumentationen und Beweise hinsichtlich ihrer logischen Struktur (Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen)	

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Hinweise und Absprachen
		Ope-13 nutzen analoge und digitale Medien zur Unterstützung und zur Gestaltung mathematischer Prozesse Mod-2 stellen eigene Fragen zu realen Situationen, die mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten beantwortet werden können Mod-3 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-4 übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen Mod-5 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu	
Summe der Stunden: 84 (Schuljahr: 41 Wochen à 3 U.-Std. = 123 U.-Std.)			

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

Die Fachkonferenz Mathematik hat die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 16 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind und auch die Leitsätze des Schulprogramms mit einbeziehen, die Grundsätze 17 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

- 1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- 2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler*innen.
- 3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- 4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- 5) Die Schüler*innen erreichen einen Lernzuwachs.
- 6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler*innen.
- 7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern*innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler*innen.
- 9) Problemstellungen und Materialien sind in Bezug auf die Geschlechter klischeefrei und repräsentieren Geschlechtergruppen gleichmäßig.
- 10) Die Schüler*innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
- 12) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- 13) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
- 14) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
- 15) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
- 16) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schüler*innen.
- 17) Auf die Förderung der deutschen Sprache wird besonderes Augenmerk gelegt.

Fachliche Grundsätze:

- 18) Im Unterricht werden fehlerhafte Schüler*innenbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
- 19) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
- 20) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
- 21) Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinterstehende Mathematik führt.
- 22) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
- 23) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
- 24) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
- 25) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
- 26) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
- 27) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Die Fachkonferenz hat im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- In die am Ende des Halbjahres zu ermittelnde Note gehen alle im Unterricht erbrachten Leistungen ein, die den Beurteilungsbereichen „Schriftliche Arbeiten“ und „Sonstige Leistungen im Unterricht“ zugeordnet werden können. Insofern stellt die Halbjahresnote eine an den Lernzielen des Unterrichts gemessene Beurteilung der Gesamtleistung dar.
- Klassenarbeiten sind so anzulegen, dass die Schüler*innen Sachkenntnisse und methodische Fähigkeiten einer vorausgegangenen Unterrichtssequenz nachweisen können. Dabei ist auf eine angemessene Vorbereitung und auf klar verständliche Aufgabenstellungen zu achten.
- Die Aufgabenstellungen sollen die Vielfalt der im Unterricht angesprochenen Ziele widerspiegeln. Dabei ist es empfehlenswert, einen wesentlichen Teil der Aufgaben dem reproduktiven Bereich zu entnehmen (d. h. es werden eingeübte Verfahren auf abgewandelte Situationen angewendet, wie z. B. Gleichungen lösen, Terme umformen, Figuren konstruieren, etc.). Die restlichen Aufgaben sollten zunehmend so gestaltet sein, dass es in ihnen Begründungen, Darstellung von Zusammenhängen, Interpretationen und kritische Reflexion verlangt werden (prozessbezogene Kompetenzen). Ebenfalls sind hier Aufgaben zu berücksichtigen, bei denen nicht von vornherein eine eindeutige Lösung feststeht, sondern bei denen Schüler*innen individuelle Lösungs- oder Gestaltungsideen einbringen können.
- Klassenarbeiten enthalten auch Teilaufgaben, die bereits erworbene grundlegende inhaltsbezogene Kompetenzen erfordern. Im Hinblick auf die zentral durchgeführten Prüfungen in NRW hat die Fachkonferenz am 07.11.2006 den Beschluss gefasst, dass der Stoff von früheren Klassenarbeiten im Umfang von ca. 15% der Bewertungsgrundlage in die aktuelle Klassenarbeit mit einbezogen werden soll.
- Die Bewertung von Klassenarbeiten berücksichtigt ab dem Schuljahr 2019/2020 auch die Darstellungsleistung im Umfang von ca. 5% der Rohpunkte in der SI und EF. Die für die jeweilige Arbeit relevanten Kriterien für die Darstellungsleistung werden in positiven Aussagen dargestellt (z. B. Antworten/ Erläuterungen sind sprachlich richtig formuliert. Die Fachsprache wird richtig verwendet. Die Lösungswege sind formal richtig dargestellt.) Zeichnungen werden sauber angefertigt und mit hinreichenden Beschriftungen versehen.)
- In Anlehnung an die Klausurbedingungen der Oberstufe bzw. im Zentralabitur enthalten Klassenarbeiten ab Klasse 8 auch hilfsmittelfreie Teile.
- Im Hinblick auf die in der SI in Aufgabenstellungen verwendeten Operatoren, finden auch in der SI zunehmend operationalisierte Aufgabenstellungen Verwendung.
- Rückschlüsse aus den Klassenarbeitsergebnissen werden auch als Grundlage für die weitere Unterrichtsplanung sowie als Diagnoseinstrument für die individuelle Förderung genutzt.

Verbindliche Instrumente

Überprüfung der schriftlichen Leistung

Hinsichtlich der Anzahl und Dauer von Klassenarbeiten hat die Fachkonferenz folgende Festlegungen getroffen:

Klasse	Anzahl	Dauer in U.-Std.	Dauer in Minuten
5	6	bis zu 1	30 – 45
6	6	bis zu 1	30 – 45
7	5	1	45
8	4	1	45
9	4	1-2	45 – 90
10	4	2	90

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich an dem Notenschema der SI. Bei der Punktevergabe sind alternative richtige Lösungswege gleichwertig zu berücksichtigen. Hinsichtlich der Notenverteilung hat die Fachkonferenz folgende Festlegungen getroffen:

Note	%
1	87,5 – 100
2	75,0 – 87,5
3	62,5 – 75,0
4	50,0 – 62,5
5	20,0 – 50,0
6	00,0 – 20,0

PS: Die rechten Grenzen sind immer offene Grenzen mit Ausnahme der Zahl 100.

Überprüfung der sonstigen Leistung

Der Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit“ umfasst die Quantität, Qualität und Kontinuität der Beiträge, die Schüler*innen im Unterricht einbringen. Mögliche Formen der Mitarbeit sind:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (wie z. B. Lösungsvorschläge und ihre Bewertung, Beiträge zu Ansätzen, Aufstellen von Vermutungen, Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen, Bewerten von Ergebnissen. Fehlerhafte Beiträge werden dabei produktiv für den individuellen und generellen Lernfortschritt genutzt.)
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen (Rolle in der Gruppe, Umgang mit den Mitschülerinnen und Mitschülern)
- Anfertigen selbstständiger Arbeiten, z. B. Referate, Projekte, Protokolle
- Präsentation von Übungsaufgaben, Ideen, Arbeitsergebnissen, Arbeitsprozessen, Problemstellungen, Lösungsansätzen, etc. auch in kurzen, vorbereiteten Beiträgen und Vorträgen
- Mitschriften im Heft, Führen eines Regelheftes

- Ergebnisse von kurzen schriftlichen Übungen (Die Bearbeitungszeit sollte in der Regel 15 Minuten nicht überschreiten. Der Stellenwert einer solchen Übung ist vergleichbar mit einem längeren Beitrag zum Unterrichtsgespräch.)

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Zeugnisnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schüler*in zu berücksichtigen (Kontinuität), eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht.

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine	
	gute Leistung	ausreichende Leistung
	<i>Der/Die Schüler*in...</i>	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung.	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen.
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge.	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen.
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen.	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen.
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch.	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil.
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein.	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht.
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig.	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf.
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen.	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach.
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig.	erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft.
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor.	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig.
<i>Kooperation</i>	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein.	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein.
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer.	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht.

Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären.	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden.
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein.	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben.
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar.	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist kleinere Verständnislücken auf.
	trifft inhaltlich voll das gewählte Thema, formuliert altersangemessen sprachlich korrekt und hat einen klaren Aufbau gewählt.	weicht häufiger vom gewählten Thema ab oder hat das Thema nur unvollständig bearbeitet, formuliert nur ansatzweise altersangemessen und z. T. sprachlich inkorrekt, hat keine klare Struktur für das Referat verwendet.
schriftliche Übungen	ca. 75 % der erreichbaren Punkte	ca. 50 % der erreichbaren Punkte

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:

Die Leistungsrückmeldung erfolgt in mündlicher und/oder schriftlicher Form.

- Die Schüler*innen erhalten quartalsmäßig eine Rückmeldung zum Leistungsstand. Dabei sind sowohl die erbrachten Leistungen als auch deren Entwicklung miteinzubeziehen.
- Sie erhalten regelmäßig Leistungsrückmeldungen zur individuellen Förderung. Dabei werden insbesondere Schwerpunkte der Weiterentwicklung aufgezeigt und mögliche Wege zum Erreichen der daraus abgeleiteten Ziele mit der Schülerin/dem Schüler vereinbart.
- Kurzfristige Rückmeldung kann in einem Gespräch mit einzelnen Schüler*innen in zeitlicher Nähe zu beobachtetem Verhalten oder erbrachten Leistungen erfolgen.
- Am Ende eines ersten Halbjahres erhalten Schüler*innen mit nicht mehr ausreichenden Leistungen eine individuelle Lern- und Förderempfehlung, die auch in einem ausführlichen Gespräch unter Einbeziehung der Erziehungsberechtigten noch einmal erläutert wird. Dies dient auch dazu, erkannte Lern- und Leistungsdefizite bis zur Versetzungsentscheidung zu beheben. Hierzu werden Maßnahmen zur Aufarbeitung fachlicher Inhalte empfohlen. Die sich daraus ergebende individuelle Förderung bezieht auch schulische Förderangebote ein und wird ggf. in Abstimmung mit anderen Fachlehrkräften erstellt.
- Erziehungsberechtigte können neben der Leistungsrückmeldung und Beratung im Rahmen des Elternsprechtages nach Absprache auch weitere individuelle Termine vereinbaren.

2.4 Lehr- und Lernmittel

Die Fachkonferenz hat sich in der Sekundarstufe I für die Einführung des Lehrwerks Lambacher Schweizer entschieden. Zurzeit ist dieses Lehrwerk eingeführt in den Jahrgangsstufen 5 bis 10. Die Schüler*innen erhalten die Bücher von der Schule. Zusätzlich werden in den Jahrgangsstufen 5 und 6 die Arbeitshefte zum Lehrwerk von der Schule zur Ausleihe zur Verfügung gestellt und in den Jahrgangsstufen 7 – 10 auf eigene Kosten angeschafft. Zu inneren Differenzierung stehen bei Teams zusätzliche Übungsmaterialien für die Kolleg*innen zur Verfügung.

Eine Formelsammlung wird bis einschließlich Jahrgangsstufe 9 nicht verwendet. Laut Fachkonferenzbeschluss wird in der Jahrgangsstufe 10 im Hinblick auf die Zentralen Prüfungen mit der Formelsammlung – Anforderungsniveau MSA (ab 2019) der QUA-LiS NRW gearbeitet.

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich im Rahmen des Schulprogramms und in Absprache mit den betreffenden Fachkonferenzen auf folgende, zentrale Schwerpunkte geeinigt.

Zusammenarbeit mit anderen Fächern

In allen Fächern ist der Fachunterricht sprachsensibel zu erfolgen. DAZ-Kinder erhalten gegebenenfalls sprachliche Hilfen in Leistungsüberprüfungen und im Unterricht.

Die Fachschaft Mathematik arbeitet mit den anderen MINT-Fächern zusammen hinsichtlich der Motivation der Schüler*innen, sich im MINT-Bereich zu engagieren.

Außerschulische Lernorte

Der Mathematikunterricht ist in vielen Fällen auf reale oder realitätsnahe Kontexte bezogen. Dabei können außerschulische Lernorte genutzt werden gemäß Leitsatz 8 des Schulprogramms.

In der Spalte „Hinweise und Absprachen“ finden sich Verweise auf mögliche außerschulische Lernorte. Diese sind nicht als verbindlich anzusehen, sondern als Anregung.

Digitale Medien

Die Fachgruppe Mathematik fokussiert die Arbeit mit digitalen Medien im Rahmen des schulischen Medienkonzepts auf die Chancen dynamischer Geometriesoftware / Funktionenplottern insbesondere für den Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen im Bereich der funktionalen Zusammenhänge. Tabellenkalkulationen finden im Bereich der Arithmetik zum systematischen Verständnis von Termen und Zusammenhängen ihre Anwendung und werden für das Darstellen von Diagrammen und das Aufdecken von verfälschenden Aussagen genutzt (vgl. Punkt 1 des Medienkompetenzrahmens NRW).

Bei Recherchearbeiten baut die Fachgruppe auf dem Methodenkonzept auf und gibt insbesondere Hinweise auf geeignete Internetauftritte und Suchmaschinen für mathematisch relevante Inhalte (vgl. Punkt 2 des Medienkompetenzrahmens NRW). Digitale Medien werden in Unterrichtseinheiten zusätzlich im Sinne des „Flipped Classroom Prinzips“ mit Hilfe von ausgewählten oder auch selbst erstellten Lernvideos der Schüler*innen eingesetzt und dienen zusätzlich der individuellen Vor- und Nachbereitung. Die Schülerinnen und Schüler werden auch punktuell mit der Benutzung von KI vertraut gemacht, z. B. beim Bewerten von Lösungswegen oder Vorgehensbeschreibungen, die von der KI erstellt wurden, oder bei der Benutzung und Erprobung von ChatBots.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendes Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend werden die Inhalte stetig überprüft, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist in der vorliegenden Form ab dem Schuljahr 2025/2026 verbindlich. Jeweils zu Beginn eines neuen Schuljahres werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Prozess: Eine Evaluation erfolgt jährlich. In der Fachkonferenz der Fachgruppe zu Schuljahresbeginn werden die Erfahrungen des vorangehenden Schuljahres ausgewertet und diskutiert sowie eventuell notwendige Konsequenzen formuliert.

Die vorliegende Checkliste wird als Instrument einer solchen Bilanzierung genutzt. Die Ergebnisse dienen der/dem Fachvorsitzenden zur Rückmeldung an die Schulleitung und u.a. an den/die Fortbildungsbeauftragte

Anhang: Checkliste:

Thema	erledigt/erfüllt	ggf. Konsequenzen
Fachgruppe:		
Bezug zu curricular relevanten Aspekten des Schulprogramms		
Beitrag zur Erreichung der Erziehungsziele der Schule		
Umfeld der Schule		
Fachspezifische Ziele und Schwerpunkte der Fachgruppenarbeit		
Ressourcen • Anzahl der Lehrkräfte • Wochenstunden und Verteilung auf die Jahrgangsstufen • Räumliche Ausstattung • Fachliche Ausstattung		
Unterrichtsvorhaben:		
Absprachen zu Unterrichtsvorhaben innerhalb der Jahrgangsstufen • Kompetenzen • Themenfelder • Thema • Zeitbedarf • Entlastungsmöglichkeiten • Material sprachsensibler FU		
Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit:		
Fächerübergreifende Aspekte • Geeignete Problemstellungen • Inhalt und Anforderungsniveau • Schülerorientierung und Lebensweltbezug • Individuelle Lernwege • Einhaltung des Ordnungsrahmens • ...		
Fachspezifische Aspekte • Anbindung der Kompetenzen an Fachinhalte • Anknüpfung an Interessen und Erfahrungen • ...		
Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung:		
Verbindliche Absprachen		

• Mündliche, schriftliche Aufgaben • Ausgewogene Berücksichtigung der verschiedenen Kompetenzen • Berücksichtigung verschiedener Aufgabentypen • ...		
Verbindliche Instrumente (Tests, Beobachtungsbögen...)		
Kriterien für die Bewertung der schriftlichen Leistungen		
Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen		
Formen der Leistungsrückmeldung		
Lehr- und Lernmittel		
Verwendung von Begleitmaterial		
Hinweise zur Ausgabe und Behandlung		
Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen:		
Überfachliche Absprachen		
Zusammenarbeit mit anderen Fächern		
Außerschulische Kooperationspartner/Bildungspartner		
Außerschulische Lernorte		
Qualitätssicherung und Evaluation		
Aufgabenverteilung innerhalb der Fachkonferenz		
Plan zur regelmäßigen fachlichen Qualitätskontrolle		
Überprüfung des schulinternen Lehrplans		

Gymnasium Horkesgath

**Schulinterner Lehrplan
zum Kernlehrplan für die gymnasiale Oberstufe**

Mathematik

(Stand: 22.06.2026)

Inhalt

Seite

1	Die Fachgruppe Mathematik am Gymnasium Horkesgath	3
2	Entscheidungen zum Unterricht	6
2.1	Unterrichtsvorhaben	6
2.1.1	<i>Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben</i>	8
2.1.2	<i>Konkretisierte Unterrichtsvorhaben</i>	9
2.2	Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit	74
2.3	Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung	75
2.4	Lehr- und Lernmittel	79
3	Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen	79
4	Qualitätssicherung und Evaluation	80
	Anhang: Checkliste:	81

1 Die Fachgruppe Mathematik am Gymnasium Horkesgath

Das Gymnasium Horkesgath ist eines von acht öffentlichen Gymnasien der Stadt Krefeld. Es liegt im Kempener Feld umgeben von Feldern, Grünanlagen, Wohnquartieren und vielen Sportanlagen. Die Schülerschaft ist heterogen, was den sozialen und ethnischen Hintergrund betrifft; es gibt viele Schüler mit Migrationshintergrund. Das Gymnasium Horkesgath ist in der Sekundarstufe I zwei- vierzünftig und wird als Ganztagsgymnasium geführt. Das Gymnasium ist zusammen mit der Realschule Horkesgath eingebettet in ein Schulzentrum. Das Gymnasium Horkesgath ist in den Jahren 2013, 2016 und 2019 als „MINT-freundliche Schule“ ausgezeichnet worden. Seit Juli 2018 ist das Gymnasium Horkesgath MINT-EC-Schule als Mitglied des nationalen Excellence-Schulnetzwerkes.

Die Fachschaft Mathematik besteht aus Lehrkräften mit der Lehrbefähigung für die SI und SII, aber auch aus Kolleginnen und Kollegen mit Zertifikatskurs, die nur in der SI eingesetzt werden. In die Einführungsphase der Sekundarstufe II werden regelmäßig Schülerinnen und Schüler neu aufgenommen, überwiegend aus der im Schulzentrum gelegenen Realschule, aber auch aus den Realschulen umliegender Städte wie beispielsweise Tönisvorst, Willich oder Kempen.

In der Regel werden in der Einführungsphase zwei bis drei parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase ein bis zwei Leistungs- und zwei bis drei Grundkurse entwickeln. In der Q-Phase werden die Kurse neu gemischt.

Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor.

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet:

Auch in der SII erhalten die Schüler*innen zur Festigung und Vertiefung der im Unterricht erworbenen Kompetenzen regelmäßig Übungsaufgaben, die eigenverantwortlich zu Hause bearbeitet werden. Darüber hinaus werden in den Stufen EF und Q Vertiefungskurse in Mathematik angeboten, in der Q2.2, wenn personell möglich, spezielle Vertiefungskurse für die Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als Abiturfach haben. Wenn möglich, wird dabei nochmal zwischen Mathematik als mündliches und als schriftliches Fach im Grundkurs und Leistungskurs getrennt. Ergänzend werden regelmäßig Fördergespräche angeboten, beispielsweise im Rahmen von Elternsprechtagen oder individuelle Stufenleiter- und Lehrersprechstunden. Diese ermöglichen eine gezielte Beratung und unterstützen die Schüler*innen dabei, ihre Lernentwicklung reflektiert weiterzuentwickeln. Zur individuellen Übung, Vertiefung und Wiederholung mathematischer Inhalte wird auch die **Lernplattform ANTON auf den schuleigenen Ipad's** genutzt.

Am Gymnasium Horkesgath gibt es in allen Klassen der Stufen 5 – 10 Schüler*innen mit Stärken im Bereich Mathematik und Naturwissenschaften. Speziell diese aber auch alle anderen Schüler*innen können an besonderen AGs teilnehmen, in denen das selbstständige Arbeiten und Experimentieren gefördert werden. Gleichzeitig werden die Schüler*innen von Mathematiklehrer*innen animiert an

mathematischen Wettbewerben (Känguru, Olympiade, Mathe im Advent, ...) teilzunehmen. Dazu entstehen in den Mittagspausen kleine "Knobelinseln", an denen die Aufgaben einzeln aber auch miteinander gelöst werden können. Im Rahmen dieser MINT-Aktivitäten gibt es am Schuljahresende eine Übersicht über alle getätigten MINT-Aktivitäten des Schuljahres. Diese dient als Grundlage für das mit dem Abitur zu erlangende MINT-EC-Zertifikat, welches bundesweit gültig ist.

Die Fachschaft Mathematik leistet dazu einen besonderen Beitrag mit dem schulinternen Mathematikwettbewerb „Horki“ für die fünften und sechsten Klassen. Dabei lösen die Lernenden in regelmäßigen Abständen zu Hause Knobelaufgaben und reichen diese ein. Dieser Wettbewerb würdigt insbesondere die regelmäßige Beschäftigung mit Mathematik und setzt mit dem Sammeln von Punkten über ein ganzes Schuljahr hinweg schon früh Anreize, um in bundesweiten Wettbewerben Punkte für das bundesweit gültige MINT-EC Zertifikat zu sammeln. Schüler*innen aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet. So werden Schüler*innen aller Jahrgangsstufen zur Teilnahme am Känguru-Wettbewerb und an der Mathe-Olympiade motiviert. Mit dieser Teilnahme können sie auch in der SI bereits Punkte für das bundesweit gültige MINT-EC Zertifikat sammeln.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. [Diese Kontexte werden auch genutzt, den Schülern Einblicke in verschiedene Berufsfelder zu verschaffen.](#)

Die Fachschaft Mathematik verfügt über keinen eigenen Fachraum. Da alle Klassenräume mit digitalen Tafeln ausgestattet sind und sowohl die Schülerinnen und Schüler als auch die Lehrerinnen und Lehrer über Ipads verfügen, lässt sich so die [Nutzung von Medien](#) jederzeit sinnvoll in den Unterricht integrieren. In der Sekundarstufe I wird ein [wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7.2](#) (ab 2024/2025 der CALCOOM IQ-Z8) verwendet, [dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation](#) werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt. Diese stehen auf den Schul-IPads zur Verfügung. In der Oberstufe wird der CAS-Rechner TI Inspire CX II-T von den Schüler*innen angeschafft. Des Weiteren können die Schul-IPads von den Schüler*innen genutzt werden, um [Ergebnisse aus Arbeitsphasen an der digitalen Tafel zu präsentieren](#). Generell wird den Schüler*innen [zusätzliches Übungsmaterial über die Plattformen Teams bzw. OneNote zur Verfügung gestellt](#).

Im Mathematikunterricht wird stets ein Fokus auf das Leseverstehen und die Schreibkompetenz sowie auf den Aufbau von Fachsprache gelegt. Der [sprachensensible Fachunterricht](#) wird unterstützt durch das Anlegen eines Regelheftes sowie eines „Mokabelheftes“, einer Art Glossar, in dem fachsprachliche Begriffe erklärt bzw. veranschaulicht werden. Auch für die Unterrichtsinhalte in der Oberstufe steht ein Glossar zur Orientierung digital zur Verfügung, das entweder als Vorlage für ein durch die Schüler selbst zu führendes Glossar dienen oder aber direkt verwendet werden kann. Nicht nur im Unterricht wird auf die Verwendung der korrekten Sprache und Schreibweise sowie auf die Förderung der Lesekompetenz Wert gelegt – auch in den Klassenarbeiten der Sekundarstufe I sowie in den Klausuren

der Einführungsphase wird explizit auf die Darstellungsleistung geachtet, die immer auch die sprachliche Richtigkeit berücksichtigt.

Verantwortliche der Fachgruppe

Fachgruppenvorsitz: Kathrin Janda

Stellvertretung: N.N.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: Der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkreter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkreter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans

Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Abfolge der Unterrichtsvorhaben aufsteigend ab EF 2023/2024

Einführungsphase	
I: E-A1: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen	
II: E-A2: Transformationen von Funktionen und Einfluss von Parametern (Potenzfunktionen und ganzrationale Funktionen)	
III: E-A3: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate	
IV: E-A4: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen	
V: E-G1: Unterwegs in 3D – Koordinatisierung des Raumes und Vektoroperationen	
VI: E-G2: Vektoren und Geraden – Bewegungen in den Raum	
VII: E-A2: Transformationen von Funktionen und Einfluss von Parametern (Sinusfunktion)	
Summe Einführungsphase: 120 Unterrichtsstunden	
Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 99 Unterrichtsstunden	
Grundkurs Q1	Leistungskurs Q1
Q-1:GK-A1: Optimierungsprobleme	Q-1: LK-A1: Optimierungsprobleme ohne und mit Parametern
Q-2: GK-A2: Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (inklusive LGS)	Q-2: LK-A2: Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (inklusive LGS)
Q-3: GK-A3: Von der Änderungsrate zum Bestand	Q-3: LK-A3: Von der Änderungsrate zum Bestand
Q-4: GK-A4: Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und seine Anwendungen	Q-4: LK-A4: Herleitung und Anwendung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung
Q-5: GK-G1: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen	Q-5: LK-G1: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen
Q-6: GK-G2: Ebenen in Koordinaten- und Parameterform	Q-6: LK-G2: Ebenen in Normalenform und ihre Schnittmengen
Q-7: GK-G3: Untersuchungen an geometrischen Körpern	Q-7: LK-G3: Parametrisierung von Ebenen
	Q-8: LK-G4: Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten
	Q-9: LK-G5: Untersuchungen an geometrischen Körpern unter Einschluss ihrer Schatten- und Spiegelbilder
	Q-10: LK-G6: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen
Summe Q1 GK: 120 Unterrichtsstunden Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 85 Unterrichtsstunden	Summe Q1 GK: 200 Unterrichtsstunden Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 142 Unterrichtsstunden
Grundkurs Q2	Leistungskurs Q2

Q-8: GK-A5: Von Wachstumsprozessen zur natürlichen Exponentialfunktion	Q-11: LK-A5: Von Wachstumsprozessen zur natürlichen Exponentialfunktion
Q-9: GK-A6: Zusammengesetzte Funktionen und Ableitungsregeln	Q-12: LK-A6: Umkehrbarkeit und Umkehrfunktionen
Q-10: GK-A7: Modellieren mit zusammengesetzten Funktionen	Q-13: LK-A7: Zusammengesetzte Funktionen und Ableitungsregeln
Q-11: GK-S1: Alles nur Zufall? – Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	Q-14: LK-A8: Modellieren mit zusammengesetzten Funktionen
Q-12: GK-S2: Treffer oder nicht? – Vom Urnenmodell zur Binomialverteilung	Q-15: LK-S1: Alles nur Zufall? – Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung
Q-13: GK-S3: Änderungen und Auswirkungen - Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen	Q-16: LK-S2: Treffer oder nicht? – Vom Urnenmodell zur Binomialverteilung
	Q-17: LK-S3: Parameter und Prognosen – Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen
	Q-18: LK-S4: Vertrauen und Verlässlichkeit – Schätzen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Konfidenzintervallen
	Q-19: LK-S5: Alles normal? – Untersuchung und Anwendung von stetigen Zufallsgrößen
Summe Q1 GK: 90 Unterrichtsstunden Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 71 Unterrichtsstunden	Summe Q1 LK: 150 Unterrichtsstunden Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 105 Unterrichtsstunden

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Hinweis: Thema, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz Gymnasium Horkesgath verbindlich vereinbart. In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 2.2 bis 2.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

Vorhabenbezogene Konkretisierung:

Einführungsphase

Unterrichtsvorhaben I: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen (E-A1)

(Zeitbedarf: ca. 24 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: lineare und quadratische Funktionen, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten (positiv und negativ), ganzrationale Funktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) bestimmen die Eigenschaften von linearen und quadratischen Funktionen und Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und von ganzrationalen Funktionen,
- (2) lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
- zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
- Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
- Pro-(1) stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen,
Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
Pro-(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
Arg-(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,
Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte,

Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.

Umsetzung:

Die linearen und quadratischen Funktionen werden wiederholt in ihren grundlegenden Eigenschaften und der Einfluss von Parametern auf das Aussehen des Graphen thematisiert (insbesondere Transformationen bei quadratischen Funktionen). Im Rahmen der Untersuchung auf besondere Punkte wie Nullstellen und Scheitelpunkte werden Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen wiederholt und auch im Anwendungskontext verwendet.

Die Potenzfunktionen mit ganzrationalen Exponenten können mithilfe eines MMS untersucht und systematisiert werden. (Verlauf, Symmetrie, besondere Punkte, Definitions- und Wertebereich, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$). Dabei spielen Darstellungswechsel eine besondere Rolle. Unter Berücksichtigung von bekannten und neu eingeführten Fachbegriffen und logischen Strukturen werden Zusammenhänge erkundet und systematisiert. Die Herausforderungen der Bildungs- und Fachsprache lassen sich sprachsensibel weiterentwickeln. (AB zum Beschreiben von Graphen von Potenzfunktionen, Nutzung von Aufgaben mit Zuordnungen Term – Text und Satzbausteinen im Buch, z. B. S. 10, 17. Es kann ein Glossar angelegt oder das vorhandene Glossar eingeführt werden).

Ausgehend von den Potenzfunktionen werden die ganzrationalen Funktionen definiert und mit Blick auf die Eigenschaften untersucht. Mithilfe des Graphen werden schon in diesem Unterrichtsvorhaben Monotonie und Extrempunkte fachsprachlich eingeführt und betrachtet. Im Rahmen der Nullstellenberechnung werden algebraische Rechentechniken der SI ohne Hilfsmittel wiederholt und erweitert. Verschiedene Wege zur Berechnung der Nullstellen werden verglichen und beurteilt, dabei auftretende Fehler werden analysiert. Auch die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

Berufsorientierung: Bei den Modellierungen bieten sich verschiedene Sachkontexte an, mit Bezug zu diversen Berufsfeldern, z. B. Sportwissenschaft: Flugbahnen von Bällen, Physiker/ Ingenieurwissenschaften: freier Fall, Flugbahnen

Unterrichtsvorhaben II: Transformationen von Funktionen und Einfluss von Parametern (E-A2)

(Zeitbedarf: ca. 6 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
- Transformationen: Spiegelungen an den Koordinatenachsen, Verschiebungen, Streckungen

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (3) erkunden und systematisieren den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion (Potenzfunktionen, ganzrationale Funktionen),
- (4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
- zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
 - erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
- Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- Arg-(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,
- Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
- Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematischen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

Umsetzung:

Der entdeckende Einstieg in das Thema Einfluss von Parametern und Transformationen mithilfe des MMS erfolgt in Anknüpfung an die Transformationen bei quadratischen Funktionen. Die bekannten Transformationen werden auf die Potenzfunktionen und ganzrationale Funktionen übertragen. Bei Transformationen ganzrationaler Funktionen werden die Auswirkungen auf die im vorherigen Unterrichtsvorhaben betrachteten Eigenschaften sowie auf Monotonie und Extrempunkte untersucht. Für grafische Darstellungen wird in diesem Unterrichtsvorhaben zunehmend das MMS verwendet. Auch hier sollte wieder auf den exakten Gebrauch der Fachsprache geachtet werden, ggfs das Glossar weitergeführt und Aufgaben zur genauen Benutzung der Fachsprache im Buch genutzt werden (z. B. Buch S. 48, 52, 56)

Unterrichtsvorhaben III: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A3)

(Zeitbedarf: ca. 18 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente
- Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (5) berechnen mittlere und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Sachkontext,
- (6) erläutern den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegter Strecke anhand entsprechender Funktionsgraphen,
- (7) erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der mittleren zur lokalen Änderungsrate und nutzen die Schreibweise $\lim_{x \rightarrow \dots} f(x)$,
- (8) deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate sowie als Steigung der Tangente an den Graphen,
- (9) bestimmen Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen und berechnen Steigungswinkel,
- (10) beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion),
- (11) leiten Funktionen graphisch ab und entwickeln umgekehrt zum Graphen der Ableitungsfunktion einen passenden Funktionsgraphen,
- (13) nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
 - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
- Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,
- Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit
- Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
- Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
- Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
- Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
- Kom-(6) **verwenden die Fachsprache** und fachspezifische Notation **in angemessenem Umfang**,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

Umsetzung:

In verschiedenen Anwendungskontexten (z.B.: Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, ...) werden durchschnittliche Änderungsraten, durchschnittliche Steigungen und anknüpfend daran Sekanten betrachtet, berechnet und im Kontext interpretiert. Dabei werden quadratische Funktionen als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch eine (geometrische) Steigung im Sachzusammenhang als Kontext betrachtet werden.

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird in den eingeführten Sachzusammenhängen vorstellungsgebunden genutzt. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Geschwindigkeit genutzt.

Das MMS wird zur numerischen und grafischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekante zur Tangente (Zoomen) eingesetzt. Hierbei wird die Limes-Schreibweise verwendet. Der Begriff der Tangente wird in Abgrenzung zu den Vorstellungen der SI problematisiert und analytisch definiert. Da das Aufstellen einer Tangenten- und Normalengleichung ein stark schematisiertes Verfahren ist, das sich auch gut verbal beschreiben lässt, kann man hier auch die Schritte von der KI beschreiben lassen und die SuS die Beschreibung bewerten lassen.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden.

Anschließend wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für geeignete einfache Funktionen werden der Grenzübergang bei der „h-Methode“ unter Verwendung der Limeschreibweise exemplarisch durchgeführt und erste Ableitungsfunktionen berechnet.

Die Potenzregel für Ableitungen wird formuliert. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Argumentierens.

Bei innermathematischen und anwendungsbezogenen Aufgaben vertiefen die Schülerinnen und Schüler abschließend ihre erworbenen Kompetenzen und berechnen Gleichungen von Sekanten, Tangenten und Normalen sowie Steigungswinkel.

Unterrichtsvorhaben IV: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)

(Zeitbedarf: ca. 18 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (5) berechnen mittlere und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Sachkontext,
- (9) bestimmen Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen und berechnen Steigungswinkel,
- (12) beschreiben das Monotonieverhalten einer Funktion mithilfe der Ableitung,
- (13) nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten,
- (14) wenden die Summen- und Faktorregel an und beweisen eine dieser Ableitungsregeln,

- (15) unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich,
- (16) verwenden das notwendige Kriterium und hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- bzw. Wendepunkten,
- (17) beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung,
- (18) nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten,
- (19) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
- Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) - verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
- Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
- Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern,
- Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
- Pro-(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik und stellen charakteristisch sind, begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,

- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
- Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
- Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,
- Arg-(10) beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,
- Arg-(11) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten,
- Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit,
- Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
- Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent,
- Kom-(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung,
- Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität.

Umsetzung:

Durch gleichzeitiges Visualisieren einer Ausgangsfunktion 3. Grades und der Ableitungsfunktion ergibt sich die Notwendigkeit der Summen- und Faktorregel für Ableitungen, von denen mindestens eine bewiesen wird. Gleichzeitig entdecken die Lernenden die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten der Ausgangsfunktion und der Ableitung, woran im Folgenden angeknüpft wird.

Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Fälle bezogen auf das Vorzeichen an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen mithilfe von notwendigen und hinreichenden Bedingungen zu argumentieren. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms (Globalverhalten, Symmetrie) argumentieren. Dieses führt auch zur Unterscheidung von lokalen und globalen Extremstellen. Zusammenhänge können mit Hilfe von Zuordnungskarten oder Satzbaukästen/ Satzmuster verbalisiert werden.

Ausgehend von grafischen Darstellungen schließen sich Untersuchungen zum Krümmungsverhalten und damit die Betrachtung von Wendestellen an. Höhere Ableitungen werden auch im Rahmen von hinreichenden Bedingungen zur Bestimmung von Extrem- und Wendestellen genutzt. Beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen werden die erworbenen Kompetenzen vernetzt und vertieft.

Berufsorientierung: Im Zusammenhang mit dem Ableitungsbegriff lassen sich diverse Verbindungen zu verschiedenen Berufsfeldern herstellen, z. B. Wirtschaftswissenschaften: Gewinnfunktion/ Gewinnmaximum, Break-even-point etc., Ingenieurwissenschaften: Zusammenhang zwischen Weg und Geschwindigkeit

Unterrichtsvorhaben V: Unterwegs in 3D – Koordinatisierung des Raumes und Vektoroperationen (E-G1)

(Zeitbedarf: ca. 12 Ust.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren
- Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum,
- (2) stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar,
- (3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sachkontexten als Geschwindigkeit,
- (4) berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras,
- (5) addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität,
- (6) weisen Eigenschaften geometrischer Figuren mithilfe von Vektoren nach.

Prozessbezogene Kompetenzen:

- Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
- Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,
- Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
- Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
- Kom-(6) **verwenden die Fachsprache** und fachspezifische Notation **in angemessenem Umfang**,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

Umsetzung:

Ausgangspunkt können die bisher im Mathetag der EF verwendeten Einstiege in das Thema Koordinatisierungen sein.

An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z.B. Quader) wiederholen die Schülerinnen und Schüler die aus der Sekundarstufe I bekannten Schrägbilder und nutzen ein MMS, um unterschiedliche Schrägbilder darzustellen und hinsichtlich ihrer Wirkung zu beurteilen.

Parallel zur Entwicklung einer angemessenen Raumvorstellung wird auch an der Entwicklung einer adäquaten Symbolsprache gearbeitet. Die Informationen dazu (Darstellung mit Ortsvektoren und Verschiebungsvektoren) kommen von der Lehrkraft und werden von den Schülerinnen und Schülern im Rahmen von Aufgaben angewendet. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.

Verkettungen von Verschiebungen führen grafisch und algebraisch zur Vektoraddition und Multiplikation mit einem Skalar.

Mithilfe von Vektoren werden Punkte und Strecken (z.B. Mittelpunkte, Schnittpunkte, Diagonalen, Streckenlängen) geometrischer Figuren in unterschiedlichen Darstellungsformen ermittelt und Eigenschaften geometrischer Figuren (Viereckstypen) und besonderer Punkte (z.B. Teilungsverhältnis) nachgewiesen. Dabei wird auch der Begriff Kollinearität eingeführt und verwendet. Die Länge einer Strecke wird mithilfe des Satzes des Pythagoras bestimmt.

Vernetzung:

- Physik: Kräfte und ihre Addition

Berufsorientierung: Es bieten sich Verknüpfungen zur Vektorisierung bei Flugbewegungen (Fluglotsen, Piloten) an.

Unterrichtsvorhaben VI: Vektoren und Geraden – Bewegungen in den Raum (E-G2)

(Zeitbedarf: ca. 15 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität
- Geraden und Strecken: Parameterform
- Lagebeziehungen von Geraden: identisch, parallel, windschief, sich schneidend
- Schnittpunkte: Geraden

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sachkontexten als Geschwindigkeit,
- (6) weisen Eigenschaften geometrischer Figuren mithilfe von Vektoren nach,
- (7) stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar,
- (8) interpretieren Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext,
- (9) untersuchen Lagebeziehungen von Geraden,
- (10) untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- (11) nutzen Eigenschaften von Vektoren und Parametergleichungen von Geraden beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen,
- (12) lösen lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang von Lagebeziehungen von Geraden und interpretieren die jeweilige Lösungsmenge.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
- Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,
- Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
- Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
- Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
- Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),

- Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation,)
- Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
- Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
- Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte,
- Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,
- Kom-(12) nehmen zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.

Umsetzung:

Zunächst wird ein geometrisches Objekt in einem Sachkontext durch Vektoren beschrieben. Dabei werden wiederholend die aus dem Unterrichtsvorhaben E-G1 bekannten Eigenschaften und Operationen von Vektoren genutzt und vertieft, um parallele Seiten und besondere Punkte zu ermitteln. Daran anschließend werden lineare Bewegungen z.B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen und diskutiert werden.

Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden. Auch die Parametrisierung einer Strecke wird in diesem Rahmen thematisiert.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie Berechnungen sollen auch ohne Hilfsmittel durchgeführt werden.

Im Anwendungskontext (z.B. Kondensstreifen von Flugzeugen) werden Lagebeziehungen von Geraden untersucht und systematisiert. Die Untersuchung von Schnittpunkten zweier durch Geraden modellierter Flugbahnen führt dabei auf ein lineares 3x2-Gleichungssystem. Einen Bezug zu den unterschiedlichen Lagebeziehungen können die SuS herstellen, wenn sie zugleich die auf eine Landkarte reduzierte Situation mit nur 2 Gleichungen untersuchen. Einfache lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen werden als Wiederholung aus der Sekundarstufe I ohne Hilfsmittel gelöst, für komplexere LGS wird das MMS verwendet. Ein algorithmisches Lösungsverfahren (z.B. der Gaußalgorithmus) wird später in der Qualifikationsphase bei den Steckbriefaufgaben eingeführt und geübt. Zum Einüben der Untersuchung von Lagebeziehungen lässt sich bei Fobizz ein ChatBot erstellen, der Fragen zum Ablauf beantwortet.

Berufsorientierung: Es bieten sich Verknüpfungen zur Vektorisierung bei Flugbewegungen (Fluglotsen, Piloten) an.

Unterrichtsvorhaben VII: Transformationen von Funktionen und Einfluss von Parametern (E-A2)

(Zeitbedarf: ca. 6 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Eigenschaften der Sinusfunktion: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
- Transformationen der Sinusfunktion: Spiegelungen an den Koordinatenachsen, Verschiebungen, Streckungen

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (3) erkunden und systematisieren den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion (Sinusfunktion),
- (4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
- zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
 - erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
- Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- Arg-(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,
- Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
- Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematischen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

Umsetzung:

In Anknüpfung an die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen aus Unterrichtsvorhaben II werden nun die Eigenschaften der Sinusfunktion thematisiert und in Bezug auf Fachbegriffe (Amplitude, Periode) fundiert. Anknüpfend an eine Systematisierung der Transformationen (Verschiebung, Streckung, jeweils in Richtung beider Achsen), ausgehend von den ganzrationalen Funktionen werden diese auf die Sinusfunktion übertragen. Dabei wird der Einfluss der Parameter auf die Eigenschaften dieser Funktionen erkundet. Für algebraische Operationen und grafische Darstellungen wird in diesem Unterrichtsvorhaben zunehmend das MMS verwendet.

Materialhinweis:

Material „EF-A2 Beschreibung periodischer Vorgänge mithilfe der Sinusfunktion“ im Lehrplannavigator

Summe Einführungsphase: 120 Stunden

Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 99 Stunden

Qualifikationsphase Grundkurs Q1

Unterrichtsvorhaben GK-1: Optimierungsprobleme (GK-A1)

(Zeitbedarf: ca. 13 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen
- Fortführung der Differentialrechnung: Extremwertprobleme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese,
- (2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ und der Sinusfunktion und Kosinusfunktion sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (4) erläutern den Begriff der Umkehrfunktion am Beispiel der Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs,
- (5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ und der Sinusfunktion und Kosinusfunktion.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
Ope-(12) **verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...**
– **Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,**
– **Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,**
– **Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern,**
Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
Mod (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,

Pro-(9)	entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
Pro-(10)	überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
Pro-(14)	variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung,
Arg-(5)	begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
Arg-(6)	entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
Arg-(7)	nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),
Arg-(8)	verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
Arg-(10)	beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,
Kom-(1)	erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
Kom-(5)	formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
Kom-(9)	dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent.

Umsetzung:

Gestartet wird mit Optimierungsproblemen mit ganzrationalen Funktionen. Als Einstiegsproblem hat sich z.B. die Optimierung einer offenen Schachtel, die aus einem DIN-A4-Papier gefaltet wird, bewährt. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen bei Optimierungsproblemen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege entwickeln. In diesem Rahmen werden grundlegende Inhalte der Einführungsphase integrierend wiederholt. An mindestens einem Problem im Sachzusammenhang entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten. Mindestens ein Verpackungsproblem (optimale Verpackung) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. In diesen Kontexten entstehen auch Zielfunktionen, die nicht rein ganzrational sind. In diesem Zusammenhang entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$. Komplexere Funktionen können mithilfe eines MMS untersucht werden.

Anschließend wird als Exkurs exemplarisch die Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs als Umkehrfunktion betrachtet.

Unterrichtsvorhaben GK-2: Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (inklusive LGS) (GK-A2)

(Zeitbedarf: ca. 15 Ustd.)

Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A)
Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen mit Parametern
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ in Abhängigkeit vom Parameter
- Fortführung der Differentialrechnung: Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“)
- Lineare Gleichungssysteme (Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra)

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ und der Sinusfunktion und Kosinusfunktion sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (3) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben,
- (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung.

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G): Die Schülerinnen und Schüler

- (7) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme,
- (8) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
- Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
- Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
- Ope-(10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
 - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
 - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
 - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
- Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
- Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,
- Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- Mod (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- Pro-(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,

- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
- Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
- Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
- Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
- Kom-(14) vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten.

Umsetzung:

Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten mit und ohne Anwendungsbezug werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkte auf dem Graphen, Symmetrien, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) lineare Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, die Angemessenheit der Modellierung zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. **Berufsorientierung: Aufgaben im Anwendungskontext, die Anschlussbedingungen (z.B. knickfrei, ruckfrei) berücksichtigen, lassen sich zum Beispiel bei der Trassierung von Bahngleisen/Straßen finden. Durch die Wahl geeigneter Modellierungen, z.B. Anstieg des Meeresspiegels, können auch Themen aus dem Kontext Bildung für nachhaltige Entwicklung in diesem Unterrichtsvorhaben integriert werden.**

Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, ein **MMS zunächst als Blackbox zum Lösen von linearen Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen zum Zweck der Validierung zu verwenden** und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, algorithmische Lösungsverfahren (z.B. den Gauß-Algorithmus) zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Hilfsmittel durchzuführen.

Anknüpfend an die Einführungsphase werden in innermathematischen Situationen und in unterschiedlichen Kontexten (z.B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) ganzrationale Funktionen mit Parametern aufgestellt und **mithilfe eines MMS untersucht. Hierbei können die Inhalte der Analysis aus der EF aufgegriffen und vertieft werden. Ein MMS wird zum Variieren von Parametern aber auch zum Lösen von Gleichungen mit Parametern verstärkt genutzt.**

Vernetzung:

- In diesem Unterrichtsvorhaben werden algorithmische Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme schwerpunktmäßig behandelt. Lineare Gleichungssysteme werden bei den Unterrichtsvorhaben der analytischen Geometrie ebenfalls benötigt, dort sollten aber algorithmische Lösungsverfahren keinen Schwerpunkt mehr bilden. Verschiedene Arten von Lösungsmengen eines linearen Gleichungssystems mit zwei Unbekannten wurden bereits in der EF bei den Lagebeziehungen von Geraden aufgegriffen.

Unterrichtsvorhaben GK-3: Von der Änderungsrate zum Bestand (GK-A3)

(Zeitbedarf: ca. 8 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Integralrechnung ganzrationale Funktionen: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (11) interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe,
- (12) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung,
- (13) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion,
- (14) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
- Ope-(11) **nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,**
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- Arg-(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,
- Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
- Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
- Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte,
- Kom-(12) nehmen zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung,
- Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
- Kom-(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.

Umsetzung:

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge, Berufsorientierung: Ingenieure diverser Fachrichtungen).

Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln und vergleichen eigenständig unterschiedliche Strategien (z.B. Trapezsumme, Ober- oder Untersumme) zur möglichst genauen

näherungsweisen Berechnung des Bestands. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Damit bereitet dieses Unterrichtsvorhaben den Begriff der Integralfunktion anschaulich vor. Die Ergebnisse des Stationenlernens bzw. der Gruppenarbeit werden als Lernprodukte dokumentiert und im Kurs präsentiert. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

Die erarbeiteten Produktsummen aus der vorhergehenden Arbeitsphase werden nun im Unterricht weiter verfeinert und damit immer genauere Flächenabschätzungen vorgenommen. Auch die Orientierung der Flächen kann dabei erneut thematisiert werden. **Bei der Berechnung von Produktsummen, die mit Summenzeichen notiert sind, kann ein MMS gewinnbringend eingesetzt werden.** Die Frage, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, gibt Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen, die zur Definition des Integrals führen.

Hinweis:

- Bei der Behandlung der Produktsummen soll auch die Notation mithilfe des Summenzeichens eingeführt und geübt werden.

Unterrichtsvorhaben GK-4: Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und seine Anwendungen (GK-A4)

(Zeitbedarf: ca. 12 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Integralrechnung ganzrationale Funktion: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (12) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung,
- (15) erläutern geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und wenden ihn an,
- (16) nutzen vorgegebene Stammfunktionen und bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen,
- (17) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen,
- (18) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion,
- (19) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) **verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...**
 - **Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern,**
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,

Mod-(6)	beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
Pro-(1)	stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen,
Pro-(2)	analysieren und strukturieren die Problemsituation,
Pro-(3)	wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
Pro-(6)	wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
Pro-(7)	setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
Pro-(9)	entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
Pro-(12)	vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
Arg-(4)	erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
Arg-(5)	begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
Arg-(9)	erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,
Arg-(13)	überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
Kom-(2)	beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
Kom-(3)	erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
Kom-(6)	verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
Kom-(11)	greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.

Umsetzung:

Ausgehend von der Rekonstruktion eines Bestandes beziehungsweise der Flächeninhaltsfunktion und der Definition des Integrals wird der Begriff der Integralfunktion I_a für einen Anfangswert a erschlossen. Die Vermutung, dass die Integralfunktion eine Stammfunktion ist, wird durch geometrisch-anschauliche Überlegungen begründet und damit der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung aufgestellt. Die Bedeutung des Hauptsatzes und seine Anwendung werden in verschiedenen Kontexten vertieft.

Die Regeln zum Ermitteln von Funktionstermen von Stammfunktionen werden für ganzrationale Funktionen von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbständig erarbeitet.

Die gewonnenen Erkenntnisse werden auf weitere innermathematische bzw. anwendungsorientierte Situationen übertragen ([Berufsorientierung: diverse Ingenieurberufe](#)), die auch Flächen zwischen Funktionsgraphen umfassen. Bei geeigneten Problemstellungen werden die Intervalladditivität und Linearität des Integrals thematisiert. Geeignete Problemstellungen werden in diesem Unterrichtsvorhaben auch ohne Hilfsmittel bearbeitet.

Unterrichtsvorhaben GK-5: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (GK-G1)

(Zeitbedarf: ca. 11 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Wiederholung aus der EF: Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren
- Wiederholung: Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Wiederholung: Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität
- Vektoroperation: Skalarprodukt

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
- (9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,
- Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,
- Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(12) nehmen zu mathemathikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.

Umsetzung:

Das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Zur Entlastung empfiehlt sich für die Herleitung eine Beschränkung auf zwei Dimensionen. Wesentlich für den Aufbau einer tragenden Grundvorstellung ist jedoch die Zerlegung eines Vektors $\vec{a}$ in zu $\vec{b}$ parallele und orthogonale Komponenten. Dadurch wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dieses wird am Beispiel der Kräftezerlegung (z.B. Zerlegung in vertikale und horizontale Komponenten beim Schlittenziehen) veranschaulicht.

Eine Exploration der Winkelabhängigkeit des Skalarproduktes mit einem MMS führt zur Wiederentdeckung der Rolle des Kosinus bei der Projektion. Der Kosinus wird genutzt, um den Winkel zwischen zwei Vektoren zu berechnen. Anknüpfend an das Unterrichtsvorhaben E-G1 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarprodukts untersucht.

Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produkts von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z.B. Division durch einen Vektor) und vor dem Hintergrund der Verallgemeinerung bekannter Rechenregeln für Zahlen gestellt.

Unterrichtsvorhaben GK-6: Ebenen in Koordinaten- und Parameterform (GK-G2)

(Zeitbedarf: ca. 16 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Wiederholung aus der EF: Parameterform von Geraden und Bewegungen in den Raum
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor

- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen
- Lineare Gleichungssysteme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
- (2) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar,
- (3) verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor),
- (4) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
- (8) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum...
 - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
 - Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Über-schlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
- Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
- Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
- Arg (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogi-sche Argumente,
- Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Wi-derspruch),
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathema-tikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unter-richtsbeiträgen,
- Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
- Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zu-sammenhängen,
- Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

Umsetzung:

Die Schnittpunktberechnung (Durchstoßpunkt) zwischen Geraden und Ebenen ist mit der Koordinatenform besonders einfach, wenn ein allgemeiner Punkt der Gerade (parametrisierte Punktmenge) in die Koordina-tenform eingesetzt wird. Die Achsenabschnittsberechnung ordnet sich dabei als Spezialfall ein. Auch Spur-geraden in den Hauptebenen werden mit dem Einsetzungsprinzip ermittelt.

Die Notation mithilfe des in GK-G1 eingeführten Skalarproduktes $\vec{n} \cdot \vec{x} = d$ führt zur Deutung von $\vec{n}$ als Nor-malenvektor, der senkrecht auf der Ebene steht. Der Einfluss von d , mit dem sich die Ebene parallel ver-schieben lässt, wird erkundet. Um eine Gleichung einer Ebene aus drei Punkten aufzustellen, soll dies dem

Prinzip einer Steckbriefaufgabe folgend (vgl. GK-A2) mit einem 3x3-Gleichungssystem durch Einsetzen der drei Punkte in die Gleichung $n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 = d$ erfolgen, wobei d als Parameter im MMS mitläuft oder $d = 1$ (in Sonderfällen $d = 0$) gesetzt werden kann.

Als Kontext für die anschließend zu thematisierende Parameterform einer Ebene dient z.B. eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. (**Berufsorientierung: z. B. Bauingenieur**) Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G1 wieder aufgegriffen und auf beliebige Ebenen im Raum übertragen. Der Übergang zur Koordinatenform erfolgt als Alternative zum „Steckbriefverfahren“ auch durch die Bestimmung eines Normalenvektors mithilfe eines unterbestimmten 2x3-Gleichungssystems. Ein explizites Arbeiten mit der Normalenform soll aber nur im Rahmen einer Differenzierung erfolgen.

Der umgekehrte Übergang von der Koordinatenform zur Parameterform kann über drei Punkte (z.B. die Achsenabschnitte) bewerkstelligt werden, oder indem zwei (zu $\vec{n}$ orthogonale) Spannvektoren der Ebene aus Gleichungen des Typs $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -n_2 \\ n_1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ gewonnen werden.

Vernetzung:

- Ein systematisches Verfahren, lineare Gleichungssysteme auch hilfsmittelfrei in einfachen Fällen zu lösen, wurde bereits im Unterrichtsvorhaben GK-A2 eingeführt. Um hier Möglichkeiten des weiteren Übens und Wiederholens zu schaffen, können Durchstoßpunkte alternativ mit Ebenen in Parameterform in einfachen Fällen berechnet werden. Des Weiteren führt die Punktprobe bei Ebenen in Parameterform auf ein 3x2-Gleichungssystem.

Berufsorientierung: Es bieten sich Verknüpfungen zur Vektorisierung bei Flugbewegungen (Fluglotsen, Piloten) an.

Vertiefung:

Ein Normalenvektor kann mit einem MMS auch mithilfe des Vektorprodukts berechnet werden.

Unterrichtsvorhaben GK-7: Untersuchungen an geometrischen Körpern (GK-G3)

(Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfelder: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
- (2) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar,
- (3) verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor),
- (5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten,
- (6) nutzen Symmetriebetrachtungen in geometrischen Objekten zur Lösung von Problemstellungen und spiegeln Punkte an Ebenen in einfachen Fällen,
- (9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
- Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum...
 - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
 - Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,
- Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
- Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
- Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent,
- Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte,
- Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität.

Umsetzung:

Geometrische Körper wie u.a. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen, können auf reale Objekte bezogen oder auch zur Gestaltung von virtuellen Landschaften benutzt werden. Schattenwürfe geometrischer Körper in Parallelprojektion (Sonnenlicht) oder Zentralprojektion (Lichtquelle, Camcarpets) auf eine Ebene, insbesondere die Grundebenen, werden berechnet. (**Berufsorientierung: Werbedesigner**) Der Einsatz eines MMS bietet hier zusätzliche Möglichkeiten der Variation und der Visualisierung.

Symmetriebetrachtungen (z.B. beim Übergang zur Doppelpyramide / zum Oktaeder) werfen die Frage auf, wie sich Spiegelungen an Ebenen durchführen lassen. In einfachen Fällen, in denen der Normalenvektor in Richtung einer Koordinatenachse weist, werden die Koordinaten eines an der Ebene gespiegelten Punktes ermittelt. Der Nachweis der Symmetrie zu einer gegebenen Ebene wird durch einen Vergleich des Normalenvektors mit dem Verbindungsvektor zwischen Punkt und Spiegelpunkt geführt, wobei zusätzlich eine Punktprobe nötig ist, um zu zeigen, dass der Mittelpunkt in der Ebene liegt.

Winkel lassen sich zwischen den Kanten und Flächen eines Körpers bestimmen. Speziell die Böschungswinkel an einer Pyramide motivieren die Frage nach dem Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen.

Vernetzung:

- Inhaltlich nimmt die Parallelprojektion die Behandlung von Schrägbildern aus dem Unterrichtsvorhaben E-G1 wieder auf.

Vertiefung:

Die Bestimmung von Winkeln zwischen Geraden und Ebenen oder zwei Ebenen lässt Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung zu. Dadurch lässt sich ein im Unterrichtsvorhaben E-G2 begonnenes Thema ausbauen.

Summe Grundkurs Q1: 120 Unterrichtsstunden

Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 85 Unterrichtsstunden

Qualifikationsphase

Grundkurs Q2

Unterrichtsvorhaben GK-8: *Von Wachstumsprozessen zur natürlichen Exponentialfunktion (GK-A5)*
(Zeitbedarf: ca. 13 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: Exponentialfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (2) nutzen die Eigenschaften von Exponentialfunktionen sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (9) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion ($f' = f$),
- (10) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
- Ope-(10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
- zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
 - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
 - Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern,
- Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,
- Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,

- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Pro-(14) variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
- Kom-(14) vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,
- Kom-(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.

Umsetzung:

In anwendungsbezogenen Kontexten (**Wachstum und Zerfall, Berufsorientierung: Biologe/ Chemiker**) soll an die in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen zu allgemeinen Exponentialfunktionen der Form $f(x) = a \cdot q^x$ angeknüpft werden. Dabei unterstützt ein MMS die Klärung der Bedeutung der Parameter der a und q der allgemeinen Exponentialfunktion sowie die Beschreibung der Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer wiederholenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. Mit einem MMS entdecken die Lernenden die Proportionalität der Änderungsrate zum Bestand.

Anschließend wird die Basis variiert. Dabei ergibt sich für die Eulersche Zahl als Basis der Proportionalitätsfaktor eins bzw. die Übereinstimmung von Funktion und Ableitungsfunktion. Mithilfe des natürlichen Logarithmus können nun allgemeine Exponentialfunktionen in der Form $f(x) = a \cdot e^{\ln(q)x}$ geschrieben und als Transformation (Streckung) der natürlichen Exponentialfunktion identifiziert werden.

Als Anwendung werden Wachstumsprozesse auch mit natürlichen Exponentialfunktionen beschrieben. Weiterführend werden auch begrenzte Wachstumsprozesse betrachtet.

Der Vergleich unterschiedlicher Modellierungen (linear, quadratisch, exponentiell und begrenzt) führt zu einer kritischen Auseinandersetzung mit der Modellbildung. Die zugrundeliegenden Annahmen und Grenzen der Modelle sind der Ausgangspunkt, um Verbesserungen der Modellierung zum Beispiel durch abschnittsweise Kombination verschiedener Wachstumsmodelle herbeizuführen.

Unterrichtsvorhaben GK-9: *Zusammengesetzte Funktionen und Ableitungsregeln (GK-A6)*
(Zeitbedarf: ca. 9 Ustd).

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: Exponentialfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
- Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Kettenregel

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (2) nutzen die Eigenschaften von Exponentialfunktionen sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion, der Sinus- und der Kosinusfunktion und wenden die Produktregel an,
- (6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an,
- (8) nutzen in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
- Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- Arg-(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,
- Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
- Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),
- Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
- Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,
- Arg-(10) beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,
- Arg-(11) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten,
- Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit,
- Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
- Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
- Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,
- Kom-(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.

Umsetzung:

In diesem Unterrichtsvorhaben werden die noch fehlenden Ableitungsregeln (Produktregel und Spezialfall der Kettenregel für Verknüpfungen von Exponentialfunktionen mit linearen Funktionen) hergeleitet. Dazu können zunächst Vermutungen für die Ableitungen von Produkten von ganzrationalen Funktionen aufgestellt und durch Ausmultiplizieren und Anwenden der bereits bekannten Ableitungsregeln überprüft werden. Vorgelegte Argumentationsketten werden erläutert, beurteilt und für den Beweis der Produktregel genutzt. Die Kettenregel für Exponentialfunktionen mit linearen Funktionen im Exponenten kann graphisch mithilfe der bekannten Zusammenhänge beim Transformieren von Funktionsgraphen entdeckt werden.

Mithilfe der neu gewonnen Ableitungsregeln werden schließlich in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen betrachtet und in unterschiedlichen innermathematischen und anwendungsbezogenen Aufgaben verwendet. Dabei ist es mithilfe eines MMS oder mithilfe von vorgegebenen Ableitungen auch möglich, weitere Verkettungen von ganzrationalen Funktionen mit Exponentialfunktionen zu betrachten. Vorgelegte Stammfunktionen werden nachgewiesen und verwendet. Neben rechnerischen Zugängen werden außerdem Eigenschaften von Funktionen als Argumente zur Lösung von Aufgaben verwendet.

Unterrichtsvorhaben GK-10: Modellieren mit zusammengesetzten Funktionen (GK-A7)

(Zeitbedarf: ca. 11 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
- Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Extremwertprobleme
- Integralrechnung: orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Kompetenzerwartungen:

- (2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, der Sinusfunktion, der Kosinusfunktion sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion, der Sinus- und der Kosinusfunktion und wenden die Produktregel an,
- (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung,
- (8) nutzen in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge,
- (19) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen,
- (20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
 Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
 Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
 Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,

Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...

- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
- zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
- Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
- Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern,
- Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern,

Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,

Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,

Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,

Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,

Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,

Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,

- Pro-(1) stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen,
- Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- Pro-(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
- Arg-(11) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten,
- Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
- Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent,
- Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte.

Umsetzung:

Im letzten Unterrichtsvorhaben zur Analysis werden die Erkenntnisse aus den vorangegangenen Unterrichtsvorhaben gebündelt und an komplexeren Situationen sowohl bei innermathematischen Problemstellungen als auch bei Aufgaben mit Anwendungsbezug geübt und vertieft.

Anschließend werden Prozesse, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamentenkonzentration, Fieber, Pflanzenwuchs, Beruforientierung: Biologe/ Chemiker...), in den Blick genommen und mithilfe von Produkten und Verkettungen von Funktionen modelliert. Dabei ergeben sich Fragen, bei denen aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamtbestand bzw. -effekt geschlossen wird. Integrale von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen können in diesem Unterrichtsvorhaben mit einem MMS oder mithilfe vorgegebener Stammfunktionen berechnet werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden auch periodische Prozesse (z.B. Sonnenscheindauer, akustische Signale) untersucht, bei denen Sinus- und Kosinusfunktionen abgeleitet und mit anderen Funktionen verknüpft werden. (Berufsorientierung: Toningenieur)

Unterrichtsvorhaben GK-11: Alles nur Zufall? – Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (GK-S1) (Zeitbedarf: ca. 17 Ustd.)

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln
- Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge,
- (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen, und verwenden das Summenzeichen,
- (3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge,

- (5) bestimmen das Gegenereignis $\bar{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B$, $A \cap B$, $A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten,
- (6) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
- (7) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit,
- (8) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten,
- (9) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen,
- (10) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
- Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
- Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
- Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus.

Umsetzung:

Zur Beschreibung einer von den Schülerinnen und Schülern selbstständig geplanten statistischen Erhebung (z.B. Größe, Gewicht von Neugeborenen) wird das Grundverständnis von Lage- und Streumaßen durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert. Zur Auswertung und graphischen Darstellung von statistischen Erhebungen wird ein MMS verwendet. Über eingängige Beispiele

von Stichproben mit gleichem arithmetischem Mittel, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung motiviert. Durch Vergleiche unterschiedlicher Stichproben wird ein Gespür für die Auswirkung auf die Kenngrößen entwickelt. Dabei wird das Summenzeichen zur Notation von arithmetischem Mittel und quadratischer Abweichung verwendet.

Anhand von Glücksspielen und Zufallsexperimenten, die von den Lernenden selbst durchgeführt werden, werden die grundlegenden Inhalte der Stochastik aus der SI wiederholt, vertieft und die Fachbegriffe gefestigt. Dabei werden zur Modellierung von Wirklichkeit auch Simulationen – zumeist unter Verwendung eines MMS – geplant und durchgeführt (Gesetz der großen Zahlen). Zur Beschreibung von Ereignissen werden die Mengenschreibweisen eingeführt und angewendet.

Die aus der Sekundarstufe I bekannten Vierfeldertafeln und Baumdiagramme werden im Kontext von zwei- und mehrstufigen Zufallsexperimenten zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung sowie zur Überprüfung von Teilvorgängen auf stochastische Unabhängigkeit eingesetzt. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge und dem Umgang mit Mengenschreibweisen ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Die Erarbeitung erfolgt im Rahmen von sinnstiftenden Kontexten, wie Zufallsantworten bei sensiblen Fragen und Diagnosetests für Krankheiten (z.B. Corona-Test, Berufsorientierung: Mediziner).

Anhand verschiedener Glücksspiele wird der Begriff der (diskreten) Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung der Kenngrößen bei empirischen Häufigkeitsverteilungen werden der Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung einer diskreten Zufallsgröße definiert und im Sachkontext angewendet. Auch hierbei wird ein MMS zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung des hilfsmittelfreien Rechnens verwendet.

Hinweis:

Bei der Auswahl der Kontexte für Modellierungen und Aufgabenstellungen sollten im gesamten Unterrichtsvorhaben die Möglichkeiten unterschiedlicher Lebensweisen, Identitäten und Orientierungen sensibel berücksichtigt werden. Das bedeutet insbesondere, dass die Merkmale „weiblich“ und „männlich“ nicht als komplementär betrachtet werden sollten, da es neben den Geschlechtern „weiblich“ und „männlich“ auch das Geschlecht „divers“ sowie die Möglichkeit gibt, den Geschlechtseintrag im Personenstandsregister offenzulassen. Die Komplementärmenge von „weiblich“ sollte daher „nicht weiblich“ sein.

Die Modellierungen erfolgen in verschiedensten Realkontexten. (Berufsorientierung: Biologe, Mediziner, Sozialwissenschaftler, Wirtschaftswissenschaftler)

Unterrichtsvorhaben GK-12: *Treffer oder nicht? – Vom Urnenmodell zur Binomialverteilung (GK-S2)*

(Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Pfadregeln
- Binomialverteilung: Histogramme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten,
- (6) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mit Hilfe von Baumdiagrammen und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
- (11) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
- Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
- Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.

Umsetzung:

Urnenmodelle werden zunächst verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren, und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten genutzt. Durch die Fokussierung auf lediglich zwei mögliche Ergebnisse („Erfolg“ oder „Misserfolg“) wird der Begriff des Bernoulli-Experiments eingeführt. Durch einen Vergleich mit dem Ziehen aus einer Urne ohne Zurücklegen wird geklärt, dass die Anwendung des Modells Bernoullikette jeweils eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Das Vorliegen einer Bernoullikette soll dabei explizit begründet werden und in einzelnen Fällen einer Modellkritik unterzogen werden. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und des Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation sowie die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden Histogramme genutzt.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). **Die Werte der Binomialverteilung, insbesondere der kumulierten Binomialverteilung, werden in der Regel mithilfe eines MMS berechnet.** Hilfsmittelfreie Zugänge sind jedoch in Einzelfällen unter anderem durch Betrachtung von Komplementärereignissen möglich.

Unterrichtsvorhaben GK-13: *Änderungen und Auswirkungen – Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (GK-S3)*

(Zeitbedarf: ca. 11 Ustd.)

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Binomialverteilung: Kenngrößen, Histogramme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (10) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen,
- (12) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung,
- (13) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen,
- (14) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
 - Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
 - Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
 - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten und im Leistungskurs auch normalverteilten Zufallsgrößen,
- Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,

- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
- Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
- Kom-(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.

Umsetzung:

Eine Visualisierung der Binomialverteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung eines MMS. Anhand derartiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden der Erwartungswert und die Standardabweichung einer Binomialverteilung hergeleitet. Eine Möglichkeit zur Herleitung der Standardabweichung ist, mithilfe eines MMS bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit zu multiplizieren. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

In verschiedenen Anwendungszusammenhängen werden sodann Problemstellungen mit binomialverteilten Zufallsgrößen untersucht, die jeweils eine Berechnung der Parameter k , p oder n verlangen. Mit dem Erwartungswert lässt sich auch der Begriff eines „fairen“ Spiels aufgreifen.

Die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit wird bewusst als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit interpretiert. Die Genauigkeit dieser Schätzung steigt mit dem Stichprobenumfang.

Vertiefung:

In einem Sachkontext wird das Konzept der σ -Umgebungen exemplarisch behandelt.

Summe Grundkurs Q2: 90 Unterrichtsstunden

Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 71 Unterrichtsstunden

Qualifikationsphase Leistungskurs

Qualifikationsphase Leistungskurs Q1

Unterrichtsvorhaben LK-1: *Optimierungsprobleme ohne und mit Parametern (LK-A1)*
(Zeitbedarf: ca. 18 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen
- Fortführung der Differentialrechnung: Funktionsscharen, Extremwertprobleme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) lösen biquadratische Gleichungen auch ohne Hilfsmittel,
- (2) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese,

- (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (5) interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen,
- (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten
- (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen **und mit dem MMS ermittelten Ableitungen** im Kontext der Fragestellung.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
- Ope-(12) **verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...**
 - **Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,**
 - **zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,**
 - **Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern,**
- Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- Mod (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
- Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Pro-(14) variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
- Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),
- Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
- Arg-(10) beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematischen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
- Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent.

Umsetzung:

Zur Reaktivierung der Vorkenntnisse der Differentialrechnung werden Funktionen vierten Grades untersucht. Dies umfasst insbesondere das hilfsmittelfreie Lösen von biquadratischen Gleichungen.

Anschließend werden zunächst Optimierungsprobleme mit ganzrationalen Funktionen ohne Parameter betrachtet. Als Einstiegsproblem hat sich z.B. die Optimierung einer offenen Schachtel, die aus einem DIN-A4-Papier gefaltet wird, bewährt. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen bei Optimierungsproblemen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege entwickeln. In diesem Rahmen werden grundlegende Inhalte der Einführungsphase integrierend wiederholt.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten. Mindestens ein Verpackungsproblem (optimale Verpackung) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. In diesen Kontexten entstehen auch Zielfunktionen die nicht rein ganzrational sind. In diesem Zusammenhang entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten (noch ohne die Produkt- oder Kettenregel).

Komplexere Funktionen können mithilfe eines MMS untersucht werden, ohne dass Ableitungen hilfsmittelfrei gebildet werden müssen (z.B. „Zylinder in einer Kugel“).

Anschließend werden Optimierungsprobleme bei Funktionen mit Parametern betrachtet. Hier kann z.B. auch das Problem der offenen Schachtel wieder aufgegriffen werden, indem nicht von einem Papier mit festen Maßen ausgegangen wird, sondern nur ein Seitenverhältnis der Papierseiten vorgegeben wird oder die Länge einer Seite offenbleibt, sodass bei der Zielfunktion eine Parameterabhängigkeit entsteht.

Mit vorgegebenen ganzrationalen Funktionen mit Parametern (Funktionsscharen) werden anknüpfend innermathematische Situationen (Funktionsscharen) und anwendungsbezogene Kontexte mit Parametern (z.B. Brücken, Gebäude, Flugbahnen, Berufsorientierung: Ingenieursberufe, Piloten, Fluglotsen) untersucht, bei denen Extrempunkte eine Rolle spielen. Hierbei können die Inhalte der Analysis aus der EF aufgegriffen und vertieft werden. Ein MMS wird zum Variieren von Parametern aber auch zum Lösen von Gleichungen mit Parametern verstärkt genutzt.

Unterrichtsvorhaben LK-2: Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (inklusive LGS) (LK-A2)
(Zeitbedarf: ca. 20 Ustd.)

Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A)
Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
- Fortführung der Differentialrechnung: Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“)
- Lineare Gleichungssysteme (Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra)

Kompetenzerwartungen:

Funktionen und Analysis (A): Die Schülerinnen und Schüler

- (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (4) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben,
- (5) interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen.

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G): Die Schülerinnen und Schüler

- (6) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme,
- (7) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,
- (8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
Ope-(10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch,
Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
– Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
– zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
– Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,
Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
Mod (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
Pro-(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
Kom-(14) vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten.

Umsetzung:

Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten mit und ohne Anwendungsbezug werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkte auf dem Graphen, Symmetrie, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) lineare Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im

Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, die Angemessenheit der Modellierung zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Aufgaben im Anwendungskontext, die Anschlussbedingungen (z.B. knickfrei, ruckfrei) berücksichtigen, lassen sich zum Beispiel bei der Trassierung von Bahngleisen/Straßen. (Berufsorientierung: Bauingenieur) Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. (Berufsorientierung: Architekt/ Bauingenieur)

Durch die Wahl geeigneter Modellierungen, z.B. Anstieg des Meeresspiegels, können auch Themen aus dem Kontext *Bildung für nachhaltige Entwicklung* in diesem Unterrichtsvorhaben integriert werden.

Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, ein MMS zunächst als Blackbox zum Lösen von linearen Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen zum Zweck der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, algorithmische Lösungsverfahren (z.B. den Gauß-Algorithmus) zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Hilfsmittel durchzuführen. Über freie Parameter (in Lösungen aus unterbestimmten Gleichungssystemen) können Funktionsscharen erzeugt und damit ein Rückbezug zum Unterrichtsvorhaben LK-A1 hergestellt werden.

Anschließend werden mithilfe von Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechenden Kosinusfunktionen periodische Situationen (z.B. Sonnenscheindauer im Jahresverlauf) wiederholend modelliert. Dabei sollen die einzelnen Parameter mit und ohne MMS bestimmt werden.

Vernetzung:

- In diesem Unterrichtsvorhaben werden algorithmische Lösungsverfahren und mögliche Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme (leere Menge, eindeutige Lösung oder unendlich viele Lösungen) schwerpunktmäßig behandelt. Lineare Gleichungssysteme werden bei den Unterrichtsvorhaben der analytischen Geometrie erneut benötigt, dort sollten aber algorithmische Lösungsverfahren keinen Schwerpunkt mehr bilden. Verschiedene Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme werden bei den Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen wieder aufgegriffen und geometrisch gedeutet (leere Menge, Punkt, Gerade, Ebene).

Unterrichtsvorhaben LK-3: Von der Änderungsrate zum Bestand (LK-A3)

(Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (14) interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe,
- (15) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung,
- (16) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion,
- (17) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,

- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- Arg-(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,
- Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
- Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
- Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
- Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte,
- Kom-(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung,
- Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
- Kom-(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.

Umsetzung:

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten im Unterrichtsvorhaben E-A3. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Rekonstruktion einer Größe (z.B. physikalische Arbeit) thematisiert, (Berufsorientierung: Ingenieure diverser Fachrichtungen) bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.

Der Einstieg sollte über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien (z.B. Trapezsummen) zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Damit bereitet dieses Unterrichtsvorhaben den Begriff der Integralfunktion anschaulich vor. Die Ergebnisse des Stationenlernens bzw. der Gruppenarbeit werden als Lernprodukte dokumentiert und im Kurs präsentiert. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

Die erarbeiteten Produktsummen aus der vorhergehenden Arbeitsphase werden nun im Unterricht weiter verfeinert und damit werden immer genauere Flächenabschätzungen vorgenommen. Auch die Orientierung der Flächen kann dabei erneut thematisiert werden. Bei der Berechnung von Produktsummen, die mit dem Summenzeichen notiert sind, kann ein MMS gewinnbringend eingesetzt werden. Die Frage, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, gibt Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Aus den übereinstimmenden Grenzwerten von Ober- und Untersummen ergibt sich die Definition des Integrals.

Hinweise:

- Bei der Behandlung der Produktsummen soll auch die Notation mithilfe des Summenzeichens eingeführt und geübt werden.

Unterrichtsvorhaben LK-4: Herleitung und Anwendung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung (LK-A4)

(Zeitbedarf: ca. 18 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen **und mit dem MMS ermittelten** unbestimmten Integralen („Stammfunktionen“) im Kontext der Fragestellung,
- (15) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung,
- (18) begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs und wenden den Hauptsatz an,
- (19) bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, nutzen vorgegebene Stammfunktionen
- (20) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen,
- (21) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion,
- (22) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen und uneigentlichen Integralen sowie Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...**
 - **Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern,**
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Pro-(1) stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen,
- Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
- Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,

Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
 Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
 Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
 Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
 Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.

Umsetzung:

Ausgehend von der Rekonstruktion eines Bestandes beziehungsweise der Flächeninhaltsfunktion und der Definition des Integrals wird der Begriff der Integralfunktion I_a für einen Anfangswert a erschlossen. Die Vermutung, dass die Integralfunktion eine Stammfunktion ist, wird anschaulich, kontextgebunden und numerisch begründet.

Um den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung auch tiefergehend zu begründen, wird der absolute Zuwachs $I_a(x+h) - I_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren. In diesem Rahmen werden auch die Intervall-additivität und Linearität des Integrals formal gefasst.

Die Regeln zum Ermitteln von Funktionstermen für Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbständig erarbeitet. Dabei finden sie auch heraus, dass dies nicht in jedem Fall möglich ist und es Funktionen wie $f(x) = \frac{1}{x}$ gibt, für deren Stammfunktionen noch kein Funktionsterm zur Verfügung steht.

Die gewonnenen Erkenntnisse werden für die Berechnung von Flächen zwischen Funktionsgraphen genutzt und auf weitere zunehmend komplexe innermathematische und anwendungsorientierte Situationen übertragen. Geeignete Problemstellungen werden auch ohne Hilfsmittel bearbeitet.

Unterrichtsvorhaben LK-5: *Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (LK-G1)*

(Zeitbedarf: ca. 7 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Wiederholung aus der EF: Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren
- Wiederholung: Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Wiederholung: Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität
- Vektoroperation: Skalarprodukt

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
 (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
 Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,
 Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
 Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
 Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,

- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,
- Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematischen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(12) nehmen zu mathematischen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.

Umsetzung:

Das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Zur Entlastung empfiehlt sich für die Herleitung zunächst eine Beschränkung auf zwei Dimensionen. Wesentlich für den Aufbau einer tragenden Grundvorstellung ist die Zerlegung eines Vektors $\vec{a}$ in zu $\vec{b}$ parallele und orthogonale Komponenten. Dadurch wird der geometrische Aspekt der Projektion betont, der später zum Verständnis der Abstandsmessung zwischen Punkten und Ebenen genutzt werden kann.

Eine Exploration der Winkelabhängigkeit des Skalarproduktes mit einem MMS führt zur Wiederentdeckung der Rolle des Kosinus bei der Projektion. Der Kosinus wird genutzt, um den Winkel zwischen zwei Vektoren zu berechnen. Am Beispiel der physikalischen Arbeit wird das geometrische Verständnis des Skalarprodukts veranschaulicht.

Anknüpfend an das Unterrichtsvorhaben E-G1 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarprodukts untersucht.

Die besonderen formalen Eigenschaften des Skalarprodukts sowie die dafür gültigen Rechengesetze werden im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z.B. keine Division durch einen Vektor, kein Satz vom Nullprodukt) sowie vor dem Hintergrund der Verallgemeinerung bekannter Rechenregeln für Zahlen thematisiert.

Vertiefung:

- Im Rahmen eines arbeitsteiligen Vorgehens kann ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt dahinterliegende elementargeometrische Sätze transparent machen wie z.B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ und $\vec{a}^2 = \vec{b}^2$ für die Seitenvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eines Parallelogramms. Ein ähnliches Vorgehen ist beim Beweis des Satzes des Thales möglich.

Im Sinne der Wissenschaftspropädeutik ist neben einem Einblick in die Möglichkeit einer axiomatischen Festlegung eines Skalarproduktes durch seine algebraischen Eigenschaften wichtig, dass durch ein Skalarprodukt zugleich Längen- als auch Winkelmessung in einem Vektorraum ermöglicht werden.

Unterrichtsvorhaben LK-6: Geraden und Ebenen in Parameterform und Ebenen in Normalenform und ihre Schnittmengen (LK-G2)

(Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Wiederholung aus der EF: Parameterform von Geraden
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)

- Lineare Gleichungssysteme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) stellen Ebenen in Parameterform dar,
- (2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
- (3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum,
- (4) untersuchen Lagebeziehungen (Wiederholung EF: von Geraden), Ebenen sowie von Geraden und Ebenen,
- (5) berechnen Schnittpunkte von (Wiederholung EF: Geraden) Geraden mit Ebenen,
- (7) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,
- (8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen,
- (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten,
- (10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
 Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,

Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum...

- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
- Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,

Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,

Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),

Pro-(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,

Pro-(14) variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung,

Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,

Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,

Arg (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,

Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematischen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,

Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,

Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege.

Umsetzung:

Zunächst werden die Parametergleichungen von Geraden und deren Lagebeziehungen aus der EF wiederholt.

Als weitere Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient z.B. eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. ([Berufsorientierung: Architektur, Bauingenieur](#)) Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Unterrichtsvorhaben E-G1 wieder aufgegriffen und auf beliebige Ebenen im Raum übertragen.

Die Berechnung von Schnittmengen zwischen Ebenen und Geraden ist sowohl über ein 3x3-LGS möglich, wenn beide in Parameterform vorliegen, als auch durch Einsetzen einer Geradengleichung in eine

Koordinatengleichung. Für einen Wechsel zwischen Parameterform und Koordinatenform einer Ebene wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines 2x3-Gleichungssystems bestimmt. Die Entscheidung über Lagebeziehungen zwischen Ebenen und Geraden kann direkt mit der Schnittmengenberechnung verknüpft werden.

Vernetzung:

- Der Unterricht wird durch den Einsatz eines MMS bei der Lösung linearer Gleichungssysteme entlastet. Es ist jedoch sinnvoll, numerisch einfache Fälle auch hilfsmittelfrei zu bearbeiten, um die bereits im Unterrichtsvorhaben LK-A2 erworbenen Kompetenzen zu reaktivieren und zu festigen.

Im Sinne verstärkt wissenschaftspropädeutischen Arbeitens wird folgender anspruchsvoller, an das Unterrichtsvorhaben LK-G1 anknüpfender Weg vorgeschlagen: Betrachtet wird die als Punkt-Normalenform bekannte Gleichung: $\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$. Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen wie $\vec{a} = \vec{0}$ wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet. Die Schnittmenge zweier Ebenen wird durch Lösung eines linearen 2x3-Gleichungssystems bestimmt. Dabei müssen die Lernenden eine nicht leere Lösungsmenge selbstständig parametrisieren und als Schnittgerade identifizieren.

Zur Klärung der Parallelität von Geraden und Ebenen oder Ebenen untereinander werden Normalenvektoren herangezogen. Über die Normalenvektoren wird die Winkelberechnung zwischen zwei Vektoren auch auf Ebenen übertragen.

Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform¹ als Sonderformen der Normalenform) werden in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse.

Die Hesse-Normalenform¹ erlaubt es, Abstände eines Punktes von der Ebene sowie Abstände zwischen parallelen Ebenen direkt abzulesen. Dabei wird eine Verknüpfung zur Grundvorstellung der Projektion (LK-G1) hergestellt. Verfahrenstechnisch macht es keinen Unterschied, ob es sich nun um den Abstand eines Punktes, einer parallelen Geraden oder einer parallelen Ebene von einer Ebene handelt.

Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Die Achsenabschnittsberechnung ist dabei nur ein Spezialfall der besonders einfachen Schnittmengenberechnung zwischen Geraden und Ebenen (Durchstoßpunkt) in Koordinatenform.

Einen verständnisorientierten Zugang zur Abstandsberechnung zwischen einem Punkt und einer Ebene bietet das Lotfußpunktverfahren, das auch auf weitere Abstandsprobleme (vgl. LK-G4) übertragen werden kann.

Vernetzung:

Die Gleichungen eines linearen 2x3- oder 3x3-Gleichungssystems (LK-A2) können als Koordinatengleichungen interpretiert werden, so dass die Lösungsmenge des LGS als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden kann. Ihre Dimension lässt sich aus der Lagebeziehung der Ebenen erkennen. Dabei wird deutlich, wie weit die Normalenvektoren die Lagebeziehungen zwischen 2 oder 3 Ebenen bestimmen.

Vertiefung:

- Die Bestimmung eines Normalenvektors mit Hilfe des Vektorproduktes ist nicht primär wegen der technischen Einfachheit gewinnbringend, sondern weil die Entwicklung einer tragfähigen geometrischen Vorstellung des Vektorproduktes sowie eine Beschreibung seiner algebraischen Eigenschaften den im Unterrichtsvorhaben LK-G1 für das Skalarprodukt beschrittenen Weg weiterverfolgt und auch eine hohe Relevanz für den Physikunterricht besitzt. Vertiefend kann das Vektorprodukt für die Flächenberechnung bei Parallelogrammen und Dreiecken sowie für die Volumenberechnung beim Spatprodukt eingesetzt werden.

¹ Die Hesse-Normalenform gehört nicht zur Obligatorik des KLP und ist damit nicht verpflichtend. Aus didaktischen Gründen wurde sie für diesen Zugang in diesem beispielhaften Plan vertiefend integriert.

- Die Berechnung von Schnittmengen zwischen zwei Ebenen kann besonders einfach mit einer Gleichung erfolgen, wenn eine Ebene in Koordinaten- und eine in Parameterform gegeben ist.

Vertiefend kann die Parallelität zwischen einer Ebene und einer Geraden durch die lineare Abhängigkeit des Richtungsvektors der Geraden von den Spanvektoren der Ebene beschrieben werden (Komplanarität).

Unterrichtsvorhaben LK-7: Parametrisierung von Ebenen (LK-G3)

(Zeitbedarf: ca. 4 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Wiederholung auf der EF: Parametergleichungen von Geraden und Bewegungen im Raum
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform
- Lineare Gleichungssysteme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) stellen Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar (parametrisierte Flächen),
- (3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum,
- (4) untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen,
- (5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
- (7) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,
- (8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,

Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum...

- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
- Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,

Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,

Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,

Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,

Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),

Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,

Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,

Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

Umsetzung:

Als Wiederholung aus der EF wird die Bedeutung des Parameters für die Beschreibung von Bewegungen im Raum (Flugbahnen, Schiffsrouten, [Berufsorientierung: Pilot, Fluglotse, Schiffskapitän](#)) bei Geradengleichungen nochmal thematisiert. Am Anschluss daran wird die Bedeutung der Parameter einer Ebenengleichung erweitert: Durch Einschränkung des Definitionsbereichs der Parameter werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben.

Unterrichtsvorhaben LK-8: Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (LK-G4)

(Zeitbedarf: ca. 6 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

(10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen,

(12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,

Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,

Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,

Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,

Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,

Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,

Pro-(1) stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen,

Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,

Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,

Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent.

Umsetzung:

Die Abstandsbestimmung erweitert sowohl die Beschreibung von Lagebeziehungen als auch die Schnittmengenproblematik. Bei Ebenen wurden Abstandsbestimmungen bereits im Unterrichtsvorhaben LK-G2 mit der Hesse-Normalenform behandelt.

Am Beispiel des Vorbeifluges eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes wird entdeckt (Berufsorientierung: Pilot, Fluglotse), wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen, insbesondere ein Lösungsweg mit den Mitteln der Analysis. Die Mittel der Analysis lassen sich auch nutzen, um im Anschluss den minimalen Abstand zweier Flugobjekte mithilfe eines MMS zu bestimmen.

Im Unterschied dazu knüpft die Abstandsberechnung von Flugbahnen an die Untersuchung von Lagebeziehungen von Geraden aus dem Unterrichtsvorhaben E-G2 an. Ihre Berechnung kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten - insbesondere unter Einschluss von Hilfsebenen - genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nicht.

Unterrichtsvorhaben LK-9: Untersuchungen an geometrischen Körpern unter Einschluss ihrer Schatten- und Spiegelbilder (LK-G5)

(Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfelder: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen
- Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) stellen Ebenen, Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar,
- (3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum,
- (5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
- (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten,
- (10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen,
- (11) führen Spiegelungen an Ebenen durch,
- (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,

Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,

Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum...

- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
- Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,

Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,

Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,

Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,

Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),

Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),

Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,

Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,

Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,

Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,

Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,

Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,

Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent,

Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte,

Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität.

Umsetzung:

Geometrische Körper, wie u.a. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder, bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen ([Berufsorientierung: Designer, Werbedesign](#)) oder auch zur Gestaltung von virtuellen Landschaften benutzt werden. Schattenwürfe geometrischer Körper in Parallelprojektion (Sonnenlicht) oder Zentralprojektion (Lichtquelle)

auf eine Ebene (**Berufsorientierung: Werbedesign, Architektur**), insbesondere eine Grundebene, werden berechnet. **Der Einsatz eines MMS bietet hier zusätzliche Möglichkeiten der Variation und der Visualisierung.**

Durch Symmetriebetrachtungen (z.B. beim Übergang zur Doppelpyramide / zum Oktaeder) wird die Frage nach einer systematischen Untersuchung von Spiegelungen an Ebenen evoziert. Dabei wird das Verfahren der Lotfußpunktbestimmung mit Hilfe eines Normalenvektors (LK-G2) wiederaufgegriffen, wobei in der Spiegelungsebene die Schattenbilder erneut auftreten.

Abstandsbestimmungen von Punkten zu Geraden (LK-G4) und zu Ebenen (LK-G2) ermöglichen es, die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen.

Im Rahmen der Untersuchung geometrischer Körper werden Winkel zwischen den Kanten und Flächen eines Körpers bestimmt. Speziell die Böschungswinkel an einer Pyramide motivieren die Frage nach dem Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen. Die Parameterform von Ebenen hat ihren Einsatz vor allem da, wo es um die Frage geht, ob ein Durchstoßpunkt einer Geraden (z.B. ein Lotfußpunkt, Schattenpunkt) eine bestimmte Fläche trifft oder außerhalb dieser liegt.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Dokumentation von Lösungswegen gelegt.

Vernetzung:

- Inhaltlich nimmt die Parallelprojektion die Behandlung von Schrägbildern aus dem UV E-G1 wieder auf.
- Beim Berechnen von Flächen und Volumina werden, wo möglich, auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Vertiefend ist hier auch der Einsatz des Vektorproduktes (vgl. LK-G3) möglich.

Ein MMS bietet die Möglichkeit, vertiefend das Spatprodukt bzw. die Determinante als Kontrollgröße für Volumina kennenzulernen, ohne die dahinterliegenden algebraischen Strukturen offenzulegen. Auch über die lineare Abhängigkeit dreier Vektoren und speziell über den Abstand zwischen zwei windschiefen Geraden können damit Aussagen gemacht werden, die ein tiefergehendes geometrisches Verständnis unterstützen.

Unterrichtsvorhaben LK-10: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen (LK-G6)

(Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfelder: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Verknüpfung aller Bereiche

Kompetenzerwartungen:

Integrierende Wiederholung aller Kompetenzen des Inhaltsfeldes

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,

Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,

Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,

Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,

Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,

Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,

- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
- Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
- Arg-(10) beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,
- Arg-(11) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten,
- Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit,
- Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,
- Kom-(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.

Umsetzung:

Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösungen mit prozessbezogenen Zielen zu verbinden: 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt zu vergleichen.

Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug MMS zurückgreifen und dessen Grenzen ausloten. Bei aufwendigeren Problemen soll dieser Teil der Lösung bewusst ausgeklammert werden.

Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar auf das Abitur vorbereitet.

Vertiefung:

Bei Beweisaufgaben, in denen die prozessbezogenen Kompetenzen des Argumentierens und Problemlösens zusammengeführt werden müssen, sollen die Schülerinnen und Schüler auch Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und z.T. selbst vornehmen.

Unterrichtsvorhaben LK-11: Von Wachstumsprozessen zur natürlichen Exponentialfunktion (LK-A5)
(Zeitbedarf: ca. 15 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (5) interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen,
- (10) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion ($f' = f$),
- (11) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
- Ope-(10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
 - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
 - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
 - Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern,
- Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,
- Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Pro-(14) variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,

Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematischen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,

Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,

Kom-(14) vergleichen und beurteilen mathemathikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,

Kom-(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.

Umsetzung:

In anwendungsbezogenen Kontexten (Wachstum und Zerfall) soll an die in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen zu allgemeinen Exponentialfunktionen der Form $x \mapsto a \cdot q^x$ angeknüpft werden. Dabei unterstützt ein MMS die Klärung der Bedeutung der Parameter a und q der allgemeinen Exponentialfunktion sowie die Beschreibung der Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. Mit einem MMS kann das Verhalten des Differenzenquotienten für immer kleinere h betrachtet werden. Durch Variation der Stelle der Ableitung entdecken die Lernenden die Proportionalität der Änderungsrate zum Bestand (Differentialgleichung).

Anschließend wird die Basis variiert. Dabei ergibt sich für die Eulersche Zahl als Basis der Proportionalitätsfaktor eins bzw. die Übereinstimmung von Funktion und Ableitungsfunktion. Mithilfe des natürlichen Logarithmus können nun allgemeine Exponentialfunktionen in der Form $x \mapsto a \cdot e^{\ln(q) \cdot x}$ geschrieben und als Transformation (Streckung) der natürlichen Exponentialfunktion identifiziert werden.

Als Anwendung werden Wachstumsprozesse auch mit natürlichen Exponentialfunktionen beschrieben. Weiterführend werden auch begrenzte Wachstumsprozesse und Wachstumsprozesse mit Parametern (Funktionsscharen) betrachtet.

Der Vergleich unterschiedlicher Modellierungen (linear, quadratisch, exponentiell und begrenzt) führt zu einer kritischen Auseinandersetzung mit der Modellbildung. Die zugrundeliegenden Annahmen und die Grenzen der Modelle sind der Ausgangspunkt, um Verbesserungen der Modellierung zum Beispiel durch abschnittsweise Kombination verschiedener Wachstumsmodelle herbeizuführen.

Unterrichtsvorhaben LK-12: Umkehrbarkeit und Umkehrfunktionen (LK-A6)

(Zeitbedarf: ca. 8 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen und Kosinusfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (12) untersuchen ausgewählte Funktionen, insbesondere die natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion, auf Umkehrbarkeit und ermitteln in einfachen Fällen einen Funktionsterm der Umkehrfunktion unter Berücksichtigung von Definitions- und Wertebereich,
- (13) erläutern den Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und dem Graphen seiner Umkehrfunktion,
- (19) verwenden die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $f(x) = \frac{1}{x}$.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,

- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
 Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
 Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
 Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
 Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),
 Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
 Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
 Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
 Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
 Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.

Umsetzung:

Anknüpfend an das vorherige Unterrichtsvorhaben (Übergang von $a \cdot q^x$ zu $a \cdot e^{\ln(q) \cdot x}$ und Umkehrung der Fragestellung bei Wachstumsprozessen wird der Logarithmus nun nicht nur als Operator, sondern als (Umkehr-) Funktion betrachtet. Die Umkehrbarkeit von Funktionen wird ausgehend von graphischen Darstellungen und jeweils variierenden Definitionsbereichen am Beispiel der natürlichen Exponential- / Logarithmusfunktion und an anderen passenden Funktionen (z.B. Potenz- / Wurfelfunktionen) sowie Transformationen von diesen thematisiert. In einfachen Fällen werden Funktionsterme von Umkehrfunktionen dabei hilfsmittelfrei ermittelt. Der Zusammenhang zwischen den Graphen einer Funktion und ihrer Umkehrfunktion wird unter Berücksichtigung von Definitions- und Wertebereich als Symmetrie zur Winkelhalbierenden erkannt.

Die Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird innermathematisch über den graphischen Zusammenhang zur natürlichen Exponentialfunktion (Winkelhalbierende als Symmetrieachse) und aus der Steigung einer gespiegelten Tangente hergeleitet. Damit wird der natürliche Logarithmus als Stammfunktion der Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ identifiziert.

Vertiefung:

Der Einfluss des Definitionsbereichs auf die Umkehrbarkeit kann gut am Beispiel der Sinus- und der Kosinusfunktion betrachtet werden.

Summe Leistungskurs Q1: 200 Unterrichtsstunden

Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 142 Unterrichtsstunden

Qualifikationsphase

Leistungskurs Q2

Unterrichtsvorhaben LK-13: Zusammengesetzte Funktionen und Ableitungsregeln (LK-A7)

(Zeitbedarf: ca. 20 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$

- Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Kettenregel, Funktionsscharen, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“)

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (5) interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen,
- (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten und wenden die Produkt- und Kettenregel an,
- (8) deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen,
- (9) nutzen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
- Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
- Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,
- Arg-(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,
- Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
- Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
- Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),

Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),

Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,

Arg-(10) beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,

Arg-(11) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten,

Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit,

Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,

Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,

Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,

Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,

Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,

Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent,

Kom-(12) nehmen zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.

Umsetzung:

In diesem Unterrichtsvorhaben werden die noch fehlenden Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel) hergeleitet. **Die Vorstellung des Ableitens als lokale lineare Approximation wird dabei mithilfe eines MMS aufgegriffen.** Die Ableitungsregeln können zunächst als Vermutungen für die Ableitungen von Produkten von ganzrationalen Funktionen bzw. für einfache Verkettungen (z.B. Potenz einer ganzrationalen Funktion) aufgestellt und durch Ausmultiplizieren und Anwenden der bereits bekannten Ableitungsregeln überprüft werden. Mindestens eine der neuen Ableitungsregeln soll bewiesen werden. An dieser Stelle sind Differenzierungen z.B. durch Einsatz eines Beweispuzzles oder Beurteilungen von vorgelegten Argumentationsketten möglich.

Mithilfe der neu gewonnenen Ableitungsregeln werden schließlich zusammengesetzte Funktionen (auch mit Exponentialfunktionen und Sinus- / Kosinusfunktionen) untersucht und in unterschiedlichen innermathematischen und anwendungsbezogenen Aufgaben eingesetzt. Dabei werden auch Funktionsscharen betrachtet. Vorgelegte Stammfunktionen werden nachgewiesen und verwendet. Neben rechnerischen Zugängen werden außerdem Eigenschaften von Funktionen als Argumente zur Lösung von Aufgaben verwendet.

Hinweis:

- Die lineare Approximation stellt eine Möglichkeit dar, die Beweise der Ableitungsregeln fachlich korrekt und einsichtig zu notieren.

Unterrichtsvorhaben LK-14: Modellieren mit zusammengesetzten Funktionen (LK-A8)

(Zeitbedarf: ca. 20 Ustd.)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
- Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Kettenregel, Funktionsscharen, Extremwertprobleme

- Integralrechnung: orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,
- (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten und wenden die Produkt- und Kettenregel an,
- (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen und unbestimmten Integralen („Stammfunktionen“) im Kontext der Fragestellung,
- (9) nutzen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge,
- (22) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen und uneigentlichen Integralen sowie Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen,
- (23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen sowie mithilfe von Sinus- und Kosinusfunktionen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
- Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
- Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
- Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
 - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
 - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
 - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
 - Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern,
 - Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern,
- Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
- Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
- Pro-(1) stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen,
- Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,

- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Pro-(11)analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- Pro-(12)vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
- Pro-(13)benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
- Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),
- Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
- Arg-(11)ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten,
- Arg-(12)beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit,
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
- Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
- Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent,
- Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte,
- Kom-(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung,
- Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität.

Umsetzung:

Im letzten Unterrichtsvorhaben zur Analysis werden die Erkenntnisse aus den vorangegangenen Unterrichtsvorhaben gebündelt und an komplexeren Situationen sowohl bei innermathematischen Problemstellungen als auch bei Aufgaben mit Anwendungsbezug geübt und vertieft.

Anhand der Volumina von Körpern (einfache geometrische Grundkörper, Gefäße, Zeppelin, ...), die sich durch Rotation eines Graphen um die x-Achse beschreiben lassen, werden verschiedene Aspekte der Differential- und Integralrechnung vernetzt und vertieft:

- Aufstellen der Randfunktion mit Definitionsbereich (Vernetzung mit Steckbriefaufgaben)
- Integralvorstellung (Kreisscheiben, Grenzwertprozess)
- Nachweis / Bildung von Stammfunktionen
- Berechnung von bestimmten Integralen

Anschließend werden Prozesse, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamentenkonzentration, Fieber, Pflanzenwuchs...[Berufsorientierung: Mediziner, Biologe](#)), in den Blick genommen und mithilfe von Produkten und Verkettungen von Funktionen modelliert. Dabei ergeben sich Fragen, bei denen aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamtbestand bzw. -effekt geschlossen wird. In geeigneten Kontexten werden uneigentliche Integrale als Grenzwert der jeweils zugehörigen Integralfunktion eingeführt und bestimmt.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden auch periodische Prozesse (z.B. Sonnenscheindauer, akustische Signale) betrachtet, bei denen Sinus- und Kosinusfunktionen mit anderen Funktionen verknüpft werden.

Integrale von zusammengesetzten Funktionen, Exponentialfunktionen und Sinusfunktionen werden in diesem Unterrichtsvorhaben **mit einem MMS** oder mithilfe vorgegebener Stammfunktionen berechnet.

Vertiefung:

- Bei der Betrachtung von Rotationskörpern bieten Hohlkörper und der Torus (z.B. Fahrradschlauch) einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.

Vernetzung:

Kenntnisse über uneigentliche Integrale ermöglichen ein vertieftes Verständnis der Normalverteilung und ihrer Verteilungsfunktion.

Unterrichtsvorhaben LK-15: *Alles nur Zufall? – Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (LK-S1)*
(Zeitbedarf: ca. 18 Ustd.)

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Mehrstufige Zufallsexperimente: Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln
- Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge,
- (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen, und verwenden das Summenzeichen,
- (3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge,
- (5) bestimmen das Gegenereignis $\bar{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B$, $A \cap B$, $A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten,
- (7) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
- (8) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit,
- (9) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten,
- (10) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen,
- (11) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,
Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
- **Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,**
Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,

- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
- Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
- Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
- Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
- Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus.

Umsetzung:

Zur Beschreibung einer von den Schülerinnen und Schülern selbstständig geplanten statistischen Erhebung (z.B. Größe, Gewicht von Neugeborenen, [Berufsorientierung: Soziologie, Medizin](#)) wird das Grundverständnis von Lage- und Streumaßen durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert. [Zur Auswertung und graphischen Darstellung von statistischen Erhebungen wird ein MMS verwendet.](#) Über eingängige Beispiele von Stichproben mit gleichem arithmetischem Mittel, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung motiviert. Durch Vergleiche unterschiedlicher Stichproben wird ein Gespür für die Auswirkung auf die Kenngrößen entwickelt. Dabei wird das Summenzeichen zur Notation von arithmetischem Mittel und quadratischer Abweichung verwendet.

Anhand von Glücksspielen und Zufallsexperimenten, die von den Lernenden selbst durchgeführt werden, werden die grundlegenden Inhalte der Stochastik aus der SI wiederholt, vertieft und die Fachbegriffe gefestigt. Dabei werden zur Modellierung von Wirklichkeit auch Simulationen – [zumeist unter Verwendung eines MMS \(Nutzung des Zufallsgenerators\)](#) – geplant und durchgeführt (Gesetz der großen Zahlen). Zur Beschreibung von Ereignissen werden die Mengenschreibweisen eingeführt und angewendet.

Die aus der Sekundarstufe I bekannten Vierfeldertafeln und Baumdiagramme werden im Kontext von zwei- und mehrstufigen Zufallsexperimenten zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung sowie zur Überprüfung von Teilvorgängen auf stochastische Unabhängigkeit eingesetzt. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge und dem Umgang mit Mengenschreibweisen ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Die Erarbeitung erfolgt im Rahmen von sinnstiftenden Kontexten wie Zufallsantworten bei sensiblen Fragen und Diagnosetests für Krankheiten (z.B. Corona-Test, [Berufsorientierung: Medizin](#)).

Anhand verschiedener Glücksspiele wird der Begriff der (diskreten) Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung der Kenngrößen bei empirischen Häufigkeitsverteilungen werden der Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung einer diskreten Zufallsgröße definiert und im Sachkontext angewendet. [Auch hierbei wird](#)

ein MMS zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung des hilfsmittelfreien Rechnens verwendet.

Hinweis:

Bei der Auswahl der Kontexte für Modellierungen und Aufgabenstellungen sollten im gesamten Unterrichtsvorhaben die Möglichkeiten unterschiedlicher Lebensweisen, Identitäten und Orientierungen sensibel berücksichtigt werden. Das bedeutet insbesondere, dass die Merkmale „weiblich“ und „männlich“ nicht als komplementär betrachtet werden sollten, da es neben den Geschlechtern „weiblich“ und „männlich“ auch das Geschlecht „divers“ sowie die Möglichkeit gibt, den Geschlechtseintrag im Personenstandsregister offenzulassen. Die Komplementärmenge von „weiblich“ sollte daher „nicht weiblich“ sein.

Unterrichtsvorhaben LK-16: *Treffer oder nicht? – Vom Urnenmodell zur Binomialverteilung*
(LK-S2)

(Zeitbedarf: ca. 12 Ustd.)

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Pfadregeln
- Binomialverteilung: Binomialkoeffizient, Histogramme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten,
- (6) erklären die kombinatorische Bedeutung des Binomialkoeffizienten und berechnen diesen in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel,
- (7) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mit Hilfe von Baumdiagrammen berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
- (12) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an,
- Ope-(10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,

- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
 Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
 Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
 Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.

Umsetzung:

Urnenmodelle werden zunächst verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren, und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten genutzt. Durch die Fokussierung auf lediglich zwei mögliche Ergebnisse („Erfolg“ oder „Misserfolg“) wird der Begriff des Bernoulli-Experiments eingeführt. Durch einen Vergleich mit dem Ziehen aus einer Urne ohne Zurücklegen wird geklärt, dass die Anwendung des Modells Bernoullikette jeweils eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Das Vorliegen einer Bernoullikette soll dabei explizit begründet werden und in einzelnen Fällen einer Modellkritik unterzogen werden. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und des Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation sowie die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests ([Berufsorientierung: Soziologie, Meinungsforschung](#)) an. Ausgehend von der kombinatorischen Bedeutung wird der Binomialkoeffizient im Folgenden in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel berechnet. Zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden Histogramme genutzt.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). [Die Werte der Binomialverteilung, insbesondere der kumulierten Binomialverteilung, werden in der Regel mithilfe eines MMS berechnet.](#) Hilfsmittelfreie Zugänge sind jedoch in Einzelfällen unter anderem durch Betrachtung von Komplementärereignissen möglich.

Vernetzung:

Das Summenzeichen wird als Schreibweise bei den kumulierten Wahrscheinlichkeiten einer Binomialverteilung wieder aufgegriffen.

Unterrichtsvorhaben LK-17: *Parameter und Prognosen – Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (LK-S3)*
 (Zeitbedarf: ca. 15 Ustd.)

Inhaltsfelder: Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Binomialverteilung: Binomialkoeffizient, Kenngrößen, Histogramme, σ -Regeln
- Beurteilende Statistik: Prognoseintervall, Stichprobenumfang

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (11) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen,
 (13) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung,
 (14) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen,
 (16) ermitteln mit Hilfe der σ -Regeln Prognoseintervalle für die absoluten und relativen Häufigkeiten in einer Stichprobe und interpretieren diese im Sachkontext.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
- Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,
- Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
- Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...
- Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
 - Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
 - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten und im Leistungskurs auch normalverteilten Zufallsgrößen,
- Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
- Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
- Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
- Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
- Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
- Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
- Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
- Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
- Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
- Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
- Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
- Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
- Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
- Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
- Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
- Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
- Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
- Kom-(12) nehmen zu mathemathikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.

Umsetzung:

Eine Visualisierung der Binomialverteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung eines MMS. Anhand derartiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden der Erwartungswert und die Standardabweichung einer Binomialverteilung hergeleitet. Eine Möglichkeit zur Herleitung der Standardabweichung ist, mithilfe eines MMS bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit zu multiplizieren. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen

mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$.

In verschiedenen Anwendungszusammenhängen werden sodann Problemstellungen mit binomialverteilten Zufallsgrößen untersucht, die jeweils eine Berechnung der Parameter k , p oder n verlangen. Mit dem Erwartungswert lässt sich auch der Begriff eines „fairen“ Spiels aufgreifen.

Das Konzept der σ -Umgebungen wird durch die Untersuchung von Binomialverteilungen mit verschiedenen n und p entwickelt. Die σ -Regeln werden benutzt, um Prognoseintervalle für unterschiedliche Sicherheitswahrscheinlichkeiten zu ermitteln und im Sachzusammenhang zu interpretieren.

Am Ende dieses Unterrichtsvorhabens bietet sich die Möglichkeit, den Zusammenhang zwischen Stichprobenumfang und der Länge des Prognoseintervalls zu untersuchen und durch eine Visualisierung mithilfe eines MMS das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu veranschaulichen.

Unterrichtsvorhaben LK-18: Vertrauen und Verlässlichkeit – Schätzen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Konfidenzintervallen (LK-S4)

(Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfelder: Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Beurteilende Statistik: Prognoseintervall, Konfidenzintervall, Stichprobenumfang

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (15) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit,
- (17) ermitteln auf Grundlage einer relativen Häufigkeit ein Konfidenzintervall für den Parameter p einer binomialverteilten Zufallsgröße und interpretieren das Ergebnis im Sachkontext (Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit),
- (18) schätzen den für ein Konfidenzintervall vorgegebener Länge erforderlichen Stichprobenumfang ab.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus,

Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,

Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...

- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
- Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
- Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten und im Leistungskurs auch normalverteilten Zufallsgrößen,
- Berechnen der Grenzen von Konfidenzintervallen im Leistungskurs,

Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,

Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,

Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,

Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),

Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,

Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,

- Pro-(14) variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung,
 Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
 Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
 Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit,
 Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
 Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
 Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
 Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
 Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
 Kom-(14) vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,
 Kom-(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.

Umsetzung:

Ausgehend von der Modellierung einer Sachsituation (z.B. Wahrscheinlichkeit von Retouren im Onlinehandel; Glücksrad auf einer schiefen Ebene; Eichgewicht bei Lebensmittelverpackungen, **Berufsorientierung: Wirtschaftswissenschaften, Logistik**) mit einer Binomial-verteilung, deren Trefferwahrscheinlichkeit p unbekannt ist, stellt sich die Frage nach der Schätzung der unbekannten Trefferwahrscheinlichkeit. Eine erste Annäherung erfolgt durch die Punktschätzung der relativen Häufigkeit in einer Stichprobe (Rückschluss auf die Gesamtheit).

Um zu einer Intervallschätzung zu kommen, werden zunächst mithilfe eines MMS von der Trefferwahrscheinlichkeit p abhängige 95%-Prognoseintervalle in einem Ellipsendiagramm dargestellt, deren Randfunktionen durch $h_{\pm}$ mit $h_{\pm}(p) = p \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$ beschrieben werden.

Mithilfe dieser Darstellung kann für eine relative Häufigkeit in einer Stichprobe ein Intervall von Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden, das mit dieser Stichprobe „verträglich“ ist. Dieses Intervall wird als Konfidenzintervall bezeichnet (Rückschluss auf die Gesamtheit). Um Konfidenzintervalle für andere relative Häufigkeiten, Sicherheitswahrscheinlichkeiten (Konfidenzniveaus) und Stichprobengrößen zu ermitteln, werden die Grenzen von Konfidenzintervallen auch rechnerisch mithilfe eines MMS bestimmt.

Gegen Ende des Unterrichtsvorhabens wird auch die Mindestgröße n einer Stichprobe zu einer vorgegebenen Länge eines Konfidenzintervalls abgeschätzt.

Materialhinweise:

- Material: „Schätzen von Parametern – Prognose- und Konfidenzintervalle“ im Lehrplannavigator (<https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-s-ii/gymnasiale-oberstufe-neue-klp/mathematik/hinweise-und-materialien/index.html>)

Weitere Kontexte der Berufsorientierung: Politbarometer; Corona-Schnelltests, auf deren Beipackzetteln oft Konfidenzintervalle angegeben sind

Unterrichtsvorhaben LK-19: Alles normal? – Untersuchung und Anwendung von stetigen Zufallsgrößen (LK-S5)

(Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Normalverteilung: Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve“), Parameter μ und σ , Graph der Verteilungsfunktion

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

- (19) unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion,
- (20) untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen,
- (21) beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve“).

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch,

Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,

Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ...

- zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen,
- Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen,
- Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern,
- Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
- Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten und im Leistungskurs auch normalverteilten Zufallsgrößen,

Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,

Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,

Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,

Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,

Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,

Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,

Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,

Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),

Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,

Pro-(14) variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung,

Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit,

Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,

Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

Umsetzung:

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dazu bietet sich an, zunächst mit einem MMS die Häufigkeiten der Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln zu simulieren, wobei in der graphischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests (Berufsorientierung: Soziologie, Medizin) werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich des Mittelwerts und der Standardabweichung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang, beispielsweise bei der Untersuchung des Abstandes der Wurfteffer zum Mittelpunkt einer Dartscheibe oder der Länge zufällig ausgewählter Schrauben.

Hervorzuheben ist im Unterricht, dass es sich bei Normalverteilungen um Wahrscheinlichkeitsverteilungen von stetigen Zufallsgrößen handelt, im Unterschied zu den bislang behandelten diskreten Zufallsgrößen.

Da auf dem MMS (und auch auf dem WTR) Normalverteilungen einprogrammiert sind, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die

Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. LK-A3).

Die Visualisierung und Berechnung von Flächen bzw. Wahrscheinlichkeiten erfolgt mithilfe eines MMS.

Der Einsatz des MMS wird zum Anlass genommen, festzustellen, dass es sich bei der Dichtefunktion einer Normalverteilung („Gauß'sche Glockenkurve“) um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion („Gauß'sche Integralfunktion“) kein Term angegeben werden kann.

Vernetzung:

Zur Vernetzung mit Aspekten der Analysis (Grenzwertbetrachtung, Integralrechnung) bietet sich der Bezug zu uneigentlichen Integralen an.

Summe Leistungskurs Q2: 150 Unterrichtsstunden

Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 105 Unterrichtsstunden

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

Die Fachkonferenz Mathematik hat die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 16 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 17 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

- 1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- 2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
- 3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- 4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- 5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
- 6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
- 7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
- 9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
- 11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- 12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
- 13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
- 14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
- 15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.
- 16) Auf die Förderung der deutschen Sprache wird besonderes Augenmerk gelegt.

Fachliche Grundsätze:

- 17) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
- 18) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
- 19) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
- 20) Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
- 21) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
- 22) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
- 23) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
- 24) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
- 25) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
- 26) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Hinweis: Sowohl die Schaffung von Transparenz bei Bewertungen als auch die Vergleichbarkeit von Leistungen sind das Ziel, innerhalb der gegebenen Freiräume Vereinbarungen zu Bewertungskriterien und deren Gewichtung zu treffen.

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOST sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens eine Klausur je Schuljahr in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthält einen „hilfsmittelfreien“ Teil.
- In der E-Phase werden alle selbstgestellten Klausuren aus einem gemeinsamen Aufgabenpool erstellt, um auch im Vorfeld der zentralen Prüfung schon eine Vergleichbarkeit der Leistungen und paralleles Vorgehen in den verschiedenen Kursen zu gewährleisten.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen. (Link: <http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/abitur-gost/fach.php?fach=2>)
- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren erfolgt anhand eines kriterienorientierten Bewertungsbogens, den die Schülerinnen und Schüler als Rückmeldung erhalten.
- Die Bewertung von Klausuren in der Einführungsphase berücksichtigt ab dem Schuljahr 2019/2020 auch die **Darstellungsleistung** im Umfang von ca. 5% der Rohpunkte. Die für die jeweilige Arbeit relevanten Kriterien für die Darstellungsleistung werden in positiven Aussagen dargestellt (z. B. Antworten/ Erläuterungen sind sprachlich richtig formuliert. **Die Fachsprache wird richtig verwendet.** Die Lösungswege sind formal richtig dargestellt.) In der Q-Phase wird mit der Darstellungsleistung wie im Abitur umgegangen, d. h. es werden keine extra Rohpunkte für die Darstellungsleistung mehr ausgewiesen.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes ...) selbstständig vorzutragen.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine mit einem hilfsmittelfreien Teil und eine (in der Regel die vierte Klausur in der

- Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (1) und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1.1 – Q 1.2 (ab Abitur 2025):** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden ohne Pause (135 Minuten) (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV BASS 13-32 Nr. 3.2)
 - **Grundkurse Q-Phase Q 2.1 (ab Abitur 2025):** Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren: 4 Unterrichtsstunden ohne Pausen (180 Minuten) (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV BASS 13-32 Nr. 3.2)
 - **Grundkurse Q-Phase Q 2.2 (ab Abitur 2025):** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen, d. h. u. a. Hilfsmittelfreier Teil macht 25 von 80 Punkten der Gesamtpunktzahl aus mit einer Dauer von maximal 100 Minuten von 255 Minuten). Dauer der Klausur: 255 Minuten (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV BASS 13-32 Nr. 3.2)
 - **Leistungskurse Q-Phase Q 1.1 – Q1.2 (ab Abitur 2025):** Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden plus Pause (155 Minuten) (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV BASS 13-32 Nr. 3.2.)
 - **Leistungskurse Q-Phase Q 2.1 (ab Abitur 2025):** Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren: 5 Stunden ohne Pausen (225 Minuten) (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV BASS 13-32 Nr. 3.2.)
 - **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2 (ab Abitur 2025):** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen, d. h. u. a. Hilfsmittelfreier Teil macht 30 von 100 Punkten der Gesamtpunktzahl aus mit einer Dauer von maximal 110 von 300 Minuten). Dauer der Klausur: 300 Minuten. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV BASS 13-32 Nr. 3.2.)
 - **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur Q1.2 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOST B § 14 (3) und VV 14.3.)

Übersicht ab dem Schuljahr 2020/2021:

Klasse/Jahrgang	Anzahl	Dauer in UStd	Dauer in Min
Einführungsphase	4	2	90
Q1.1 GK	2	3 ohne Pausen	135
Q1.1 LK	2	3 + 20 min	155
Q1.2 GK	2	3 ohne Pausen	135
Q1.2 LK	2	3 + 20 min	155
Q2.1 GK	2	4 ohne Pausen	180
Q2.1 LK	2	5 ohne Pausen	225
Q2.2 GK	1	5 + 30 min	255
Q2.2 LK	1	6 + 30 min	300
Abitur GK	1	5 + 30 min	255
Abitur LK	1	6 + 30 min	300

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)

- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben...)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Erstellen von Protokollen und Kartei-/Lernkarten
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

- Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind.
Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen erfolgt in den nicht zentralen Klausuren der EF und der Q-Phase – mit Ausnahme der Klausur unter Abiturbedingungen - gemäß folgender Tabelle:

Sekundarstufe II			
[0%	-	22,5%[	= 6
[22,5%	-	30%[	= 5-
[30%	-	37,5%[	= 5
[37,5%	-	45%[	= 5+
[45%	-	49,5%[	= 4-
[49,5%	-	54,25%[	= 4
[54,25%	-	58,75%[	= 4+
[58,75%	-	63,25%[	= 3-
[63,25%	-	68%[	= 3
[68%	-	72,5%[	= 3+
[72,5%	-	77%[	= 2-
[77%	-	81,75%[	= 2
[81,75%	-	86,25%[	= 2+
[86,25%	-	90,75%[	= 1-
[90,75%	-	95,5%[	= 1
[95,5%	-	100%]	= 1+

In der Klausur unter Abiturbedingungen orientiert sich die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 40% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes

abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOST §13 (2)) angemessen erscheint.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine	
	gute Leistung	ausreichende Leistung
	<i>Die Schülerin, der Schüler</i>	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/ Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden

Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/ Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:

- Jeweils zum Ende eines Quartals gibt die Lehrkraft den Schülerinnen und Schülern eine Rückmeldung über die im Quartal erreichten Leistungen in Form von Quartalsnoten.
- Sobald es die digitalen Möglichkeiten der Schule erlauben, wird am Anfang der EF eine Eingangsdiagnose erstellt, aus der sich bei Bedarf ein individueller Förderplan ableitet.
- In der EF erhalten die Schülerinnen und Schüler mit nicht ausreichenden Leistungen einen Förderplan zum Schulhalbjahr.
- Eltern und Schüler werden an Elternsprechtagen und bei Bedarf nach persönlicher Terminvereinbarung beraten im Sinne individueller Lern- und Förderempfehlungen.

2.4 Lehr- und Lernmittel

EF: Lambacher Schweizer, Mathematik für Gymnasien, Einführungsphase (ISBN 978-3-12-735471-3) Der Band wird von der Schule zur Verfügung gestellt. Den Schülern wird auf dem iPad für den Unterricht das im Abitur verwendete Dokument mit mathematischen Formeln zur Verfügung gestellt. Für Klausuren liegen Papierversionen bereit.

Q1/Q2 GK: Lambacher Schweizer, Mathematik für Gymnasien, Qualifikationsphase Grundkurs, NRW (Klett-Verlag, ISBN 978-3-12-735491-1). Der Band wird ab dem Schuljahr 2027/2028 von der Schule zur Verfügung gestellt.

Q1/Q2 LK: Lambacher Schweizer, Mathematik für Gymnasien, Qualifikationsphase Leistungskurs/Grundkurs, NRW (Klett-Verlag, ISBN 978-3-12-735481-2). Der Band wird ab dem Schuljahr 2027/2028 von der Schule zur Verfügung gestellt.

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Fachübergreifende methodische Kompetenzen werden in Form von Methodentagen vermittelt. In der EF befasst sich dieser Methodentag mit grundlegenden Lese- und Vortragstechniken. In der Q1 bereitet der Methodentag auf die Facharbeit bzw. die Arbeit in den Projektkursen vor und in der Q2 vermittelt der Methodentag Fertigkeiten zur Vorbereitung und Teilnahme an schriftlichen und mündlichen Abiturprüfungen, wobei ähnliche Fächer zu einer Gruppe zusammengefasst werden (z. B. Naturwissenschaften, Gesellschaftswissenschaften, Sprachen), um gezielter auf Besonderheiten der jeweiligen Fächer eingehen zu können.

Die Fachschaft Mathematik arbeitet mit den anderen MINT-Fächern zusammen, um Schülerinnen und Schüler zur Beteiligung an MINT-Projekten zu motivieren und beim Sammeln von Punkten für das MINT-EC-Zertifikat zu unterstützen. Insbesondere bemüht sich die Fachschaft, wie die anderen MINT-Fächer auch, die Schüler für das Anfertigen von Facharbeiten im MINT-Bereich zu motivieren. Sowohl fachschaftsübergreifend als auch fachschaftsintern werden mögliche Facharbeitsthemen zur Anregung für Lernende und Lehrkräfte gesammelt.

W

Sofern möglich und sinnvoll, werden auch außerschulische Lernorte in den Unterricht einbezogen.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendes Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend werden die Inhalte stetig überprüft, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Durch zentrale Klausuren in der Einführungsphase und durch den Austausch von Klausuren über eine Cloud wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist in der vorliegenden Form ab dem Schuljahr 2025-2026 verbindlich für den Durchgang durch die gymnasiale Oberstufe.

Prozess: Eine Evaluation erfolgt jährlich. In der Fachkonferenz der Fachgruppe zu Schuljahresbeginn werden die Erfahrungen des vorangehenden Schuljahres ausgewertet und diskutiert sowie eventuell notwendige Konsequenzen formuliert. Die vorliegende Checkliste wird als Instrument einer solchen Bilanzierung genutzt. Die Ergebnisse dienen der/dem Fachvorsitzenden zur Rückmeldung an die Schulleitung und u.a. an den/die Fortbildungsbeauftragte

Nach Veröffentlichung der Änderungen für das Mathematikcurriculum der Oberstufe in Folge der Rückkehr zu G9 wird das schulinterne Curriculum überprüft werden und eventuelle Änderungen in Form einer Beschlussvorlage für die erste Fachkonferenz des folgenden Schuljahres erstellt.

Anhang: Checkliste:

Thema	erledigt/erfüllt	ggf. Konsequenzen
Fachgruppe:		
Bezug zu curricular relevanten Aspekten des Schulprogramms		
Beitrag zur Erreichung der Erziehungsziele der Schule		
Umfeld der Schule		
Fachspezifische Ziele und Schwerpunkte der Fachgruppenarbeit		
Ressourcen - Anzahl der Lehrkräfte und Fachschülerinnen und -schüler - Wochenstunden und Verteilung auf die Jahrgangsstufen - Räumliche Ausstattung - Fachliche Ausstattung		
Unterrichtsvorhaben:		
Absprachen zu Unterrichtsvorhaben innerhalb der Jahrgangsstufen - Kompetenzen - Themenfelder - Thema - Zeitbedarf - Entlastungsmöglichkeiten		
Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit:		
Fächerübergreifende Aspekte - Geeignete Problemstellungen - Inhalt und Anforderungsniveau - Schülerorientierung und Lebensweltbezug - Individuelle Lernwege - Einhaltung des Ordnungsrahmens ...		
Fachspezifische Aspekte - Anbindung der Kompetenzen an Fachinhalte - Anknüpfung an Interessen und Erfahrungen ...		
Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung:		
Verbindliche Absprachen - Mündliche, schriftliche Aufgaben - Ausgewogene Berücksichtigung der verschiedenen Kompetenzen - Berücksichtigung verschiedener Aufgabentypen ...		
Verbindliche Instrumente (Tests, Beobachtungsbögen...)		
Kriterien für die Bewertung der schriftlichen Leistungen		
Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen		
Formen der Leistungsrückmeldung		

Lehr- und Lernmittel		
Verwendung von Begleitmaterial		
Hinweise zur Ausgabe und Behandlung		
Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen:		
Überfachliche Absprachen		
Zusammenarbeit mit anderen Fächern		
Außerschulische Kooperationspartner/Bildungspartner		
Außerschulische Lernorte		
Qualitätssicherung und Evaluation		
Aufgabenverteilung innerhalb der Fachkonferenz		
Plan zur regelmäßigen fachlichen Qualitätskontrolle		
Überprüfung des schulinternen Lehrplans		